

4. aktivitātes – „Tematiska pētnieciskā darbība” starprezultātu apkopojums par paveikto periodā no 01.03.2012.-31.05.2012.

Pārskata periodā no 01.03.2012. līdz 31.05.2012. darbu projektā turpināja izveidotā jauno pētnieku grupa 44 darbinieku sastāvā. Grupā bija iesaistīti 25 matemātiķi un 19 fiziķi. Atbilstoši projekta aktivitāšu plānojumam tika turpināts darbs pie precizētu modeļu un efektīvu risināšanas metožu nodošanas fiziķiem un to pārbaudes. Jauno pētnieku grupas zinātnisko vadību nodrošināja pieredzējušie Fizikas un matemātikas fakultātes mācību spēki.

Tālāk atskaitē seko sasniegto rezultātu izklāsts atbilstoši pētnieciskajām aktivitātēm.

4.1. Atomāro un molekulāro procesu matemātiskā modelēšana

4.1.1. Atomu un molekulu koherenta mijiedarbība ar lāzera starojumu

Tika gatavota manuskripta shēma ar ievada melnrakstu jaunam rakstam par nenulles lauka līmeņu krustošanas rezonansēm. Eksperimenti tika veikti pēdējo mēnešu gaitā un tagad ir pieejams plašs datu komplekss. Kā arī ir izstrādāti teorētiskie modeļi, kas tos apraksta. Piedāvātais manuskripta nosaukums ir "Enhancement of level-crossing resonances by frequency control of the exciting radiation field".

Tika pētīta iespējas ierosināt $7P_{1/2}$ līmeni ar esošajiem lāzeriem. Ja tas būtu iespējams, tas ļautu veidot sadarbību ar kādu Austrālijas laboratoriju. Tika aprēķināti nepieciešamo viļņu garumi un veiktas pārrunas ar cilvēkiem, kuri ir strādājuši ar zilo lāzeri.

4.1.2. Divatomu molekulu Furjē transformācijas spektroskopija un struktūras noteikšana

1. Tika būtiski uzlabota $B^1\Pi$ stāvokļa potenciālās enerģijas līknes kvalitāte $^{85}\text{RbCs}$ molekulai, izmantot IPA metodi, kurā izmantoti 358 neperturbēti datu punkti svārstību līmeņiem $\nu' \in [0; 2]$ un rotācijas līmeņiem $J' \in [24; 227]$. Šo līmeņu aprakstam iegūtā potenciālās enerģijas līkne sastāv no 27 punktiem un tās standartnovirze ir 0.07 cm^{-1} . Šādam datu laukam aprēķināti arī Danhema koeficienti. Lai pārbaudītu iegūtās potenciālās līknes un aprēķināto Danhema koeficientu korektumu, tiek apstrādātas 15 rotācijas relaksācijas $^{87}\text{RbCs}$ izotopam. Aprēķinātas starpības starp eksperimentāli novērotajām enerģijas vērtībām (E_{exp}) un tām, kuras iegūtas izmantojot mūsu potenciālās enerģijas līkni (E_{apr}), pirmajiem trīs ($\nu' \in [0; 2]$) svārstību līmeņiem $^{85}\text{RbCs}$ un $^{87}\text{RbCs}$. Šīs starpības attēlotas grafiski atkarībā no rotācijas kvantu skaitļa J' . Aprēķinātas molekulārās konstantes no mūsu iegūtās potenciālās enerģijas līknes. Sagatavots publikāciju apkopojums par RbCs molekulas $B^1\Pi$ stāvokli un tā perturbējošajiem stāvokļiem. No rotācijas konstantes grafikiem, tiek noteikti punkti, kuri varētu būt perturbēti mijiedarbībā ar $C^1\Sigma$ stāvokli. Sagatavota un aizstāvēta prezentācija "High resolution spectroscopy and description of low-lying energy levels of RbCs $B^1\Pi$ state" DOC-2012 konferencē. Attēlu noformēšana rakstam par RbCs molekulas $B^1\Pi$ stāvokli: datu lauks, q-faktora un rotācijas konstantes $B_{\nu'}$ atkarība no J' svārstību līmeņiem $\nu' \in [0; 2]$, $E_{\text{exp}} - E_{\text{apr}}$ atkarība no J' svārstību līmeņiem $\nu' \in [0; 2]$.

2. Tika veikts darbs pie metodikas uzlabošanas: testēta TE-InGaAs detektora pielietojamība RbCs molekulas izpētē. Veikta eksperimentu sērija spektru iegūšanai RbCs molekulai pārejā no $4^1\Sigma^+$ uz A-b kompleksu. Apstrādājot iegūtos spektrus, secināts, ka, lai

iegūtu datus par vēl nepētītu enerģētisko apgabalu A-b kompleksā, jāierosina 60-70 svārstību līmenis $4^1\Box^+$ elektroniskajā stāvoklī. Pēc dziļākas izpētes nolemts pārrēķināt iepriekšējā publikācijā par RbCs A-b kompleksu iekļautās termu vērtības, lai gala rezultātā iegūtais datu lauks būtu iegūts, izmantojot vienādu metodi. Veikta eksperimentālās iekārtas sagatavošanā, lai varētu veikt mērījumus izmantojot Cs stikla cauruli. Šajā eksperimentu sērijā bija paredzēts turpināt Cs_2 A-b kompleksa pētījumus. Lietojot dažādas lāzer diodes (705nm, 730nm, 785nm) veicām eksperimentu sēriju lai noskaidrotu $c^3\Box^+$ elektroniskā stāvokļa izpētes iespējas.

3. Tika uzlabota TE-InGaAs detektora pielietojamība KCs molekulas izpētē. Cenšoties palielināt fluorescences signālu pārjustējām optisko sistēmu un ierosmei izmantoto krāsvielu lāzeru, bet šīs darbības nedeva gaidīto fluorescences signāla pieaugumu. Paralēli veicu iegūto eksperimentālo un teorētisko RbCs datu, par A-b kompleksu, pārbaudi un korekcijas, ja tādas bija nepieciešamas.

4. Pabeigts darbs pie iegūto eksperimentālo un teorētisko $87RbCs$ izotopa datu, par A-b kompleksu, pārbaudi un korekcijas.

5. Tika iesniegts publicēšanai žurnālā Physical Review A raksts (sadarbībā ar Maskavas Valsts universitāti, Ķīmijas fakultāte, A. Stoļarova grupa) par a, $X - (4)^1\Box^\square - X^1\Box^\square\Box^\square$ cikla modelēšanu augsto KCs molekulu iegūšanai.

6. Turpināts darbs pie d -čaulas atomu (La, Nb, V) HFS konstanšu noteikšanas.

7. Turpināts darbs pie Cs_2 molekulas A-b kompleksa pētījumiem.

4.1.3. Rīdberga kvantu stāvokļu lāzeru manipulācija

Teorētiskais darbs.

Sadarbībā ar LU FMF lektoru V. Kaščejevu turpināta zinātniskā raksta manuskripta gatavošana par tēmu „Ar lāzera lauku ietērpto stāvokļu supersīkstruktūra”. Aprēķinot Rabi frekvences vērtības elektriskā dipola pārejās starp sīkstruktūras līmeņu magnētiskajiem apakšlīmeņiem dažādām lāzera lauka polarizāciju un pamata un ierosinātā stāvokļa pilnā elektrona leņķiskā momenta vērtību kombinācijām, noskaidroti kritēriji ietērpto stāvokļu deģenerācijai. Iegūta analītiska izteiksme supersīkstruktūras mijiedarbības radīto ietērpto stāvokļu nobīžu aprēķināšanai sistēmās bez elektronisko ietērpto stāvokļu deģenerācijas pēc Rabi frekvencēm gadījumā, kad lāzera lauka frekvence sakrīt ar elektroniskās pārejas rezonanses frekvenci. Analizējot gadījumu, kad polarizācijas faktora p un elektrona pilnā leņķiskā momenta izmaiņas ΔJ elektriskā dipola pārejā reizinājums nav nulle, noskaidrots, ka supersīkstruktūras mijiedarbība pilnībā noņem deģenerāciju pēc kodola spina projekcijas kvantu skaitļa mI vērtībām. Analizējot supersīkstruktūras Hamiltoniāna diagonālo elementu vērtības ietērpto stāvokļu bāzē, noskaidrots, ka koeficientus pie pamata un ierosinātā stāvokļa supersīkstruktūras konstantēm A un B var aizstāt ar divu argumentu polinomiālām funkcijām, ievērojami vienkāršojot aprēķinu gaitu. Veikti aprēķini, kuru rezultātā noskaidrotas precīzas analītiskas izteiksmes šīm funkcijām.

Eksperimentālais darbs.

Veikta riņķveida krāsvielu lāzeru tehniskā apkope un justēšana, panākot stabilu lāzeru darbību vienmodas režīmā pie pumpējošā lāzera jaudas $P_0=6W$ un krāsvielu lāzeru izejas jaudām $>200mW$.

Veikta diožu lāzera *Toptica TA-SHG 110* infrasarkanā rezonatora galvenā oscilatora testēšana un remonts. Pārbaudīta lāzerdiodes bez ārējā rezonatora izejas jaudas atbilstība ražotāja dotajām raksturlīknēm caur diodi plūstošās strāvas diapazonam $20.0 - 94.0 mA$. Veicot lāzerdiodes ārējā rezonatora precīzu justēšanu, panākts, ka sliekšņa strāva koherenta

strojuma ģenerācijai ir $I_{sl}=34mA$ sakrīt ar ražotāja uzrādīto vērtību. Mainot lāzērdiodes novietojuma leņķi attiecībā pret ārējo rezonatoru, pie ražotāja norādītajiem optimālajiem uzstādījumiem panākta maksimālā koherentā starojuma jauda $P\approx 28mW$, kas atbilst jaudas pieaugumam par 90%, salīdzinot ar izejas jaudu pirms manipulāciju veikšanas, un 82% no lāzera iegādes brīdī nomērītās jaudas.

4.2. Tehnoloģisko procesu matemātiskā modelēšana

4.2.1. Siltuma un vielas apmaiņas procesu elektromagnētiskā vadība stiklveida materiālu kausējumos, ievērojot procesu nelineāro mijiedarbību un starojuma siltuma apmaiņu

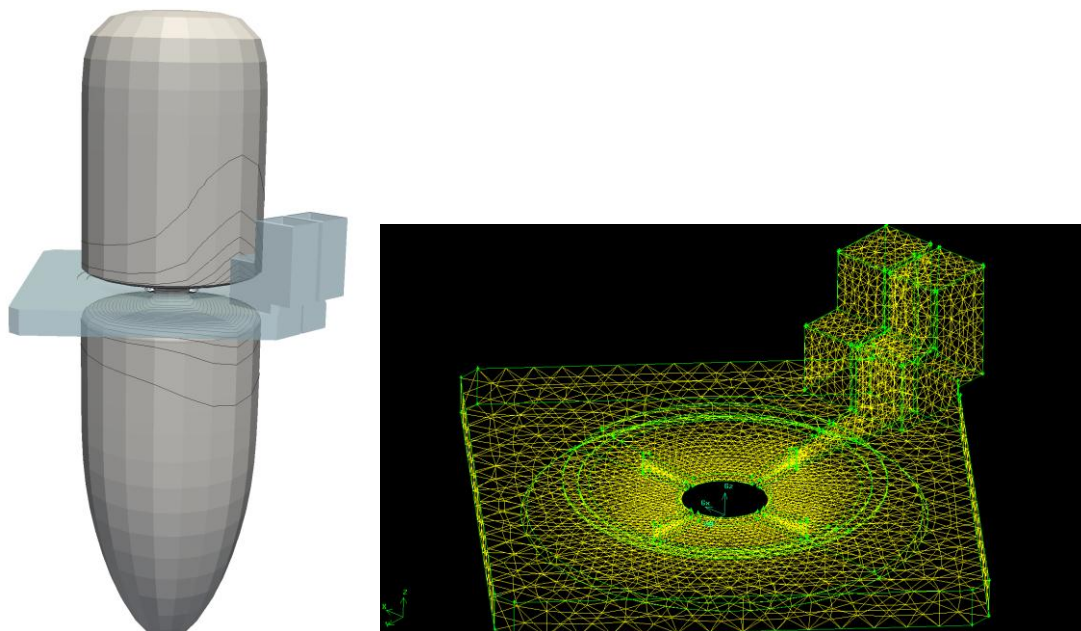
1. Izmantojot iepriekšējā periodā izveidoto datormodeli indukcijas kanālkrāsni ar divu atšķirīgu formu izgulsnējumiem kanāla kakla daļā virs induktora un ar divparametru turbulences modeļiem iegūtos aprēķinu rezultātus kā sākuma tuvinājumu, tika turpināta otrā aprēķinu etapa realizācija, modelējot nestacionāro turbulento plūsmu un siltuma apmaiņu ar lielo virpuļu modeli (LES). Papildus tam tika izveidoti divi jauni modeļi ar dažādas intensitātes izgulsnējumiem kanāla izejā to sašaurinot līdz 50% un 25% no sākotnējā laukuma. Šiem jaunajiem modeļiem veikts elektromagnētiskais un k-w SST divparametru turbulences modeļa aprēķins, kas parāda, ka sagaidāma daudz lielāka ietekme temperatūru sadalījumu kanālā nekā modeļos ar izgulsnējumiem virs induktora. Šo rezultātu precizēšanai turpmāk jāveic aprēķini ar lielāku telpas un laika izšķirtspēju arī lietojot LES turbulences modeli.
2. Tika turpināti turbulentās plūsmas LES aprēķini indukcijas kanālkrāsni ar izmainītu (par 90° grādiem pagrieztu) magnētvasda novietojumu attiecībā pret sākotnējo bāzes modeli, lai iegūtu ilgtermiņa turbulento pulsāciju ainu krāsns kanālā, kā rezultātā tika iegūts praktiski kvazistacionārs zemfrekvences temperatūras maksimuma un tā novietojuma kanālā svārstību režīms. Efektīva aprēķinu paātrināšanai izradījās šī modeļa implementācija ar ANSYS CFX komerciālo modelēšanas programmatūru augstākajā Fizikas nodaļas datorklāsterī. Aprēķinu rezultāti parāda, ka magnētvasda pārvietošana uz paplašinātā kanāla zaru sekmē nedaudz labāku siltuma apmaiņu un vidējās temperatūras pazemināšanos kanālā.
3. Veikta izveidotā cieto daļiņu pārnese modeļa turbulentās kausējuma plūsmās indukcijas krāsni, izmantojot LES un Lagranža pieeju, rezultātu eksperimentāla verifikācija, veicot mērījumus tērauda daļiņām Vuda metālā, kas parādīja labu aprēķinos un mērījumos iegūto sadalījumu savstarpējo atbilstību laikā.

Nolasīts referāts starptautiskā konferencē Budapeštā „Clean Steel 8” un referāts 17. UIE kongresā Pēterburgā. Sagatavoti 2 referātu publicējamie teksti konferencē „Electromagnetic processing of materiāls”, kas notiks oktobrī Ķīnā.

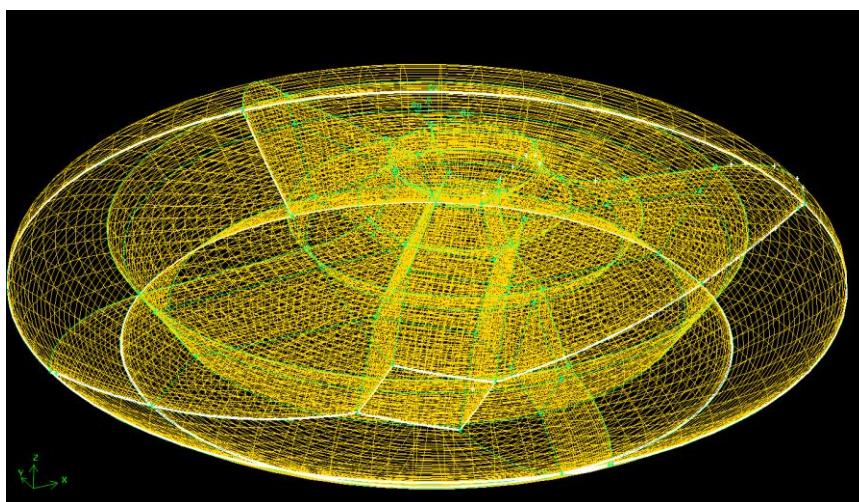
4.2.2. Silīcija monokristālu izdustriālās audzēšanas matemātiskā modelēšana

Projekta ietvaros pārskata laikā ar skaitlisko aprēķinu palīdzību tika pētīta kausējuma kustība un piemaisījumu pārnese silīcija monokristālu audzēšanas ar peldošās zonas metodi procesā. Šajos pētījumos precīzāk tika modelēta augstfrekvences elektromagnētiskā lauka nesimetrija, proti, elektromagnētiskais lauks tika modelēts trīsdimensionāli (3D), tā radītie siltuma avoti uz silīcija virsmas tika azimutāli vidējoti, un vidējie sadalījumi tika izmantoti aksiāli simetriskas silīcija formas aprēķinam. Iteratīvi tika noteikta induktorā plūstošā strāva pie uzdots zonas augstuma. Šī strāvas vērtība tika izmantota aprēķinot 3D siltuma avotus un

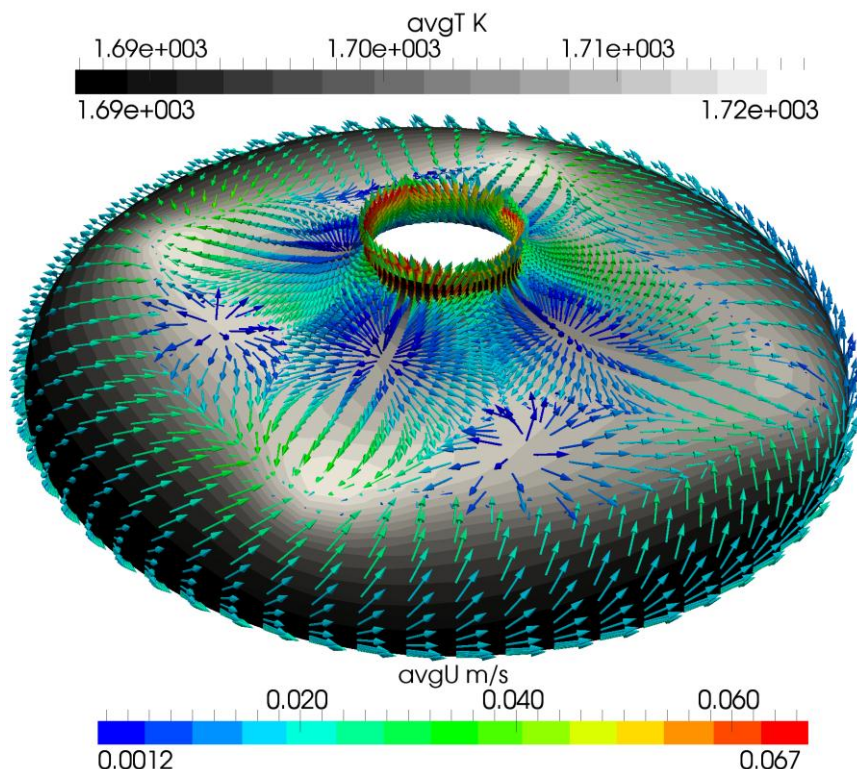
elektromagnētiskos spēkus, kas kā robežnosacījumi tika izmantoti 3D hidrodinamiskajam aprēķinam izkusušajā zonā. Izmantojot iepriekš izstrādātas programmas FZone un FZsiFOAM, kas ir izveidota uz atvērta koda bibliotēkas OpenFOAM bāzes, tika pētīta induktora strāvas un kausējuma formas ietekme uz īpatnējās pretestības radiālo sadalījumu izaudzētajā kristālā. Ir parādīta 3D aspektu precīzākas matemātiskās modelēšanas ietekme uz aprēķinu rezultātiem. Tika arī pētītas plūsmas īpatnības nesimetriskas kausējuma formas gadījumā, tika arī sniegts HD aprēķina precizitātes novērtējums un veikts aktuāls salīdzinājums ar eksperimentu (*Institute of CrystalGrowth*, Berlīne) radiālajiem īpatnējās pretestības sadalījumiem un kristalizācijas frontes formai.



Att. Trīsdimensionāls augstfrekvences elektromagnētiskā lauka aprēķins un izmantotā induktora diskretizācija ar 3D robeželementiem.

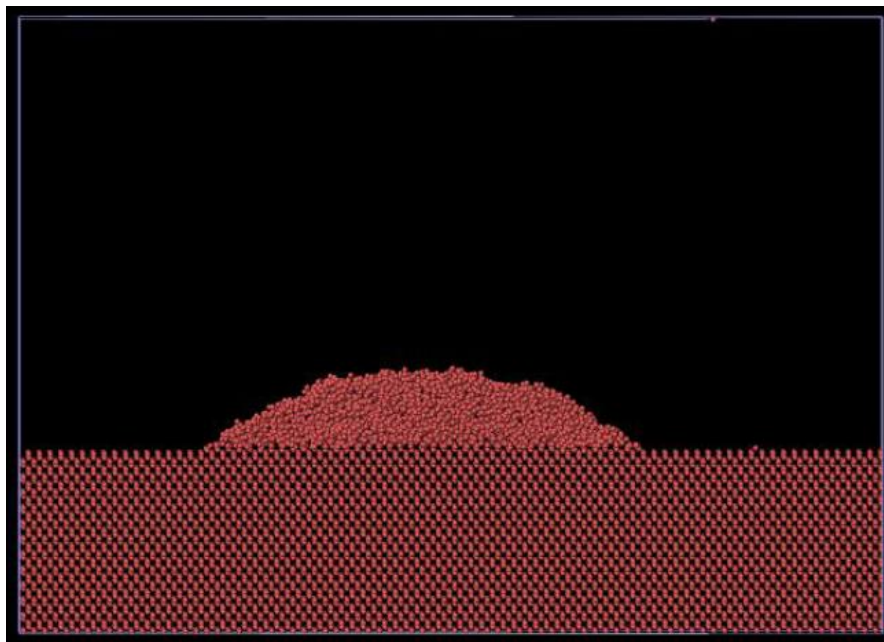


Att. Kausējuma kontroles tilpumu 3D režģis, ģeometrijai ir asu nobīde 5mm, režģim ir izteikts robežslānis.



Att. Laikā vidējots temperatūras sadalījums un laikā vidējots ātruma vektorlauks uz kausējuma brīvās virsmas.

Projektā pārskata periodā tika iesākts darbs pie šķidrās un cietās fāzes modelēšanas ar molekulārās dinamikas metodi, izmantojot programmu LAMMPS, pie kam tika aplūkots šķidrā silīcija slapināšanas leņķis uz cietas nekustīgas silīcija virsmas. Modelēšana tika veikta trijos soļos. Pirmajā solī tika modelēts silīcija piliens ar mazu sākotnējo slapināšanas leņķi, kuram ir tieksme palielināties laika gaitā līdz īstajai slapināšanas leņķa vērtībai. Otrajā solī ir modelēts piliens ar lielu sākotnējo slapināšanas leņķi, kuram ir tieksme samazināties, aprēķina beigās sasniedzot "īsto" vērtību. Trešajā solī tika ir izdarīts kontroles aprēķins ar to pašu pilienu slapināšanas leņķa vērtības precizēšanai. Visi trīs aprēķini tika veikti gan ar termostatu, gan arī bez termostata klātbūtnes. Tika izpētīta arī silīcija piliena izmēru ietekme uz fluktuācijas procesiem šķidrā fāzē. Iegūtā slapināšanas leņķa vērtība kļūdas robežās sakrīt ar literatūrā norādītajām vērtībām. Šajos aprēķinos iegūtā pieredze tiks izmantota, lai ar molekulārās dinamikas palīdzību veiktu silīcija fāzu robežvirsmu enerģiju aprēķinus, ņemot vērā cietā silīcija monokristāla anizotropiju.



Att. Piliena iegūtā forma molekulārās dinamikas simulācijas beigās.

Projekta ietvaros pārskata periodā tika izstrādāti un jūnijā tika aizstāvēti divi bakalaura darbi

- 1) „Peldošās zonas silīcija monokristālu audzēšanas procesa trīsdimensionālo aspektu matemātiskā modelēšana”, autors Kārlis Janisels, vadītājs andris Muižnieks.
- 2) „Silīcija piliena uz cieta silīcija virsmas modelēšana, izmantojot molekulāro dinamiku”, autors Vadims Suškovs.

Projekta ietvaros iegūtie rezultāti tika prezentēti konferencēs:

- 1) *Further development of 3D modeling of single crystal growth process* (stenda referāts). K. Janisels u.c. *Deutsche Kristallzüchtungstagung 2012, 7.-9.04.2012., Freiberg, Vācija.*
- 2) *Modeling of argon flow heat transfer influence in FZ silicon single crystal growth* (stenda referāts). Andrejs Sabanskis, Andris Muiznieks, Armands Krauze. *Deutsche Kristallzüchtungstagung 2012, 7.-9.04.2012., Freiberg, Vācija.*
- 3) *Phase shapes and motion modeling for FZ silicon single crystal growth process* (stenda referāts). K. Janisels u.c. *Functional Materials and Nanotechnologies 2012, 17.-20.04.2012., Rīga, Latvija.*

4.2.3. Magnetoreoloģisko suspensiju īpašību matemātiskā modelēšana izmantojot kombinētu īpašību aprakstu mikro- un makromērogā

S.Lācis [atskaite 2012.05]

Tiek gatavota publikācija par magnetizējamu ložu modeļa pielietojumu magnetoreoloģisko suspensiju īpašību aprēķinos un par šādu aprēķinu etalonvērtībām (benchmark). Publikāciju plānots pabeigts līdz 2012.g. jūnija beigām. Pilnībā pabeigta 3D multipolu aprēķinu metodikas daļa, veiktas nepieciešamās aprēķinu sērijas.

Publikācijas pabeigšanai nepieciešams pilnveidot 3D galīgo elementu metodiku (GEM) vairāku ložu magnētiskās mijiedarbības aprēķiniem. GEM aprēķiniem tiek izmantotas esošās iestrādes, veicot pāreju no lineāras aproksimācijas elementos uz kvadrātisku, savukārt magnetizācijas (relatīvās magnētiskās caurlaidības) aprakstam izvēloties piemērotāko – vai nu gabaliem konstantu, vai gabaliem lineāru aproksimāciju. Pēdējā gadījumā nepieciešams realizēt relatīvās magnētiskās caurlaidības vērtību vidējošanu virsotnēs, kam varētu būt stabilizējošs efekts.

Paralēli tiek turpināts gatavot otru publikāciju par adatveida feromagnētisko daļiņu mijiedarbības aprakstu vispārīgā gadījumā (arī to plānots pabeigt līdz 2012.g. jūnija beigām). Potenciālais žurnāls publicēšanai izvēlēts „Magnetohydrodynamics”. Publikācijas ietvaros jau izstrādāta metodika aprēķiniem tā saucamās paralēlās-paralēlās magnetizācijas gadījumā, kā arī paralēlās-perpendikulārās magnetizācijas gadījumā. Atlicis pilnveidot perpendikulārās-perpendikulārās magnetizācijas gadījumu, kurai nepieciešams atrast adekvātu aproksimāciju.

Turpināts darbs pie ātro multipolu robeželementu metodes (fast multipole boundary element method) pielietojuma Stoksa plūsmas ar suspendētām daļiņām aprēķiniem. Ātro multipolu robeželementu metode plānota kā efektīvs līdzeklis viskozo spriegumu aprēķinam kompleksajā šķidrumā.

4.2.4. Termoelektrisko strāvu un magnētiskā lauka mijiedarbības izraisītas šķidra metāla plūsmas izpēte adatveida režģa apkārtnē; akustiskās kavitācijas modelēšana

L.Goldšteins

Šajā darba posmā, tika veikti aprēķini centrālās elektromagnētiskā indukcijas sūkņa (CEMIS) modelim ar ANSYS Fluent. B lauks tika uzdots kā funkcija no koordinātēm tikai aprēķinu inicializācijā, izveidotā programmatūra nodrošina skrejošu lauku cilindriskajā koordinātu sistēmā azimutālā virzienā.

B lauka uzdošanai tika izmantoti dati no eksperimentālajiem mērījumiem. Tika izmērīts B lauka sadalījums plaknē un, tam pievienojot B lauka atkarību pa z asi, iegūts telpisks B lauka sadalījums.

Katrs punkts tika iegūts uzdevumu risinot nestacionāri 1s ilgā posmā ar laika soli 0,01s, katrā laika solī, veicot 500 iterāciju. Vispirms tika aprēķināts maksimālais attīstāmais spiediens pie $Q = 0$ un tad, pakāpeniski palielinot caurteci, iegūti vairāki punkti $p - Q$ līknei. $p - Q$ līknes punktu iegūšanai tika veikts nestacionārs aprēķins, uzņemot spiediena dinamiku un ik pēc sekundes mainot caurteces vērtību.

Skaitliskais modelis, izmantojot ANSYS FLUENT MHD moduli, ļauj aprēķināt CEMIS $p-Q$ raksturīknes, kuras var uzskatīt par labu novērtējumu, precīzākiem rezultātiem ir veicami papildus aprēķini uz smalkāka režģa un ar mazākiem laika soļiem.

Par veikto darbu tiek gatavota publikācija.

L.Buligins

Izveidots smago metālu protonu mērķa modelis, kurā siltuma enerģijas izdalīšanās protonu mijiedarbības ar kodoliem rezultātā notiek cietā fāzē. Par dzesētāju tiek izmantoti vai nu tradicionāli siltumnesēji (ūdens, gāzes), kas raksturojas ar vidējiem Prandtļa skaitļiem, vai šķidrie metāli, kas raksturojas ar maziem Prandtļa skaitļiem. Tiek izmantota mērķa cietās

fāzes ģeometrija periodisku stieņu formā, kas izmantota Paula Šērera institūtā. Mērķa modeli par materiāliem izmantotas dažādas mērķis-dzesētājs kombinācijas.

Izveidotais matemātiskais modelis balstās uz mērķa periodiskās struktūras izmantošanu kopējā aprēķinu apjoma samazināšanai. Temperatūras, ātruma un spiediena sadalījumi tiek aprēķināti periodiskai šūnai, kas veido daļu no mērķa. Visa mērķa spiediena un temperatūras sadalījumi veidojas no periodisko elementu spiediena kritumu temperatūru sadalījumu summu.

Par rezultātiem tiek gatavota publikācija.

4.3. Mīkstu materiālu matemātiskie modeli un to verifikācija

Atskaites periodā publicēts darbs “Magnetic dipole with a flexible tail as a self-propelling microdevice Phys.Rev.E, v85,041502,2012”, autori R.Livanovics, A.Cēbers.

Iesniegts Journal of Fluid Mechanics plašs eksperimentāli-teorētisks darbs “Magnetic field driven microconvection in the Hele-Shaw cell”, autori K.Ērglis, A.Tatulcenkov, G.Kitenbergs, O.Petrichenko and A.Cēbers. Uz šo darbu saņemtas 4(!) recenzijas. Tika veikti papildus eksperimentāli un teorētiski pētījumi, lai sagatavotu atbildes uz recenzentu jautājumiem un ierosinājumiem. Šobrīd darbs ar vērā ņemtiem recenzentu ieteikumiem ir praktiski sagatavots atkārtotai iesniegšanai.

Iesniegta un apstiprināta pieņemšana mutiskam referātam IUTAM kongresā (Pekina, 19-25 augusts,2012) “Magnetic field driven microdevices”. Tas iekļauts kā mutisks ziņojums sekcijā “Šķidrums-struktūru mijiedarbība bioloģiskās sistēmās”.

Tika iesniegts Phys.Rev.E raksts “Coupled stochastic dynamics of magnetic moment and anisotropy axis of magnetic nanoparticle” autori R.Taukulis, A.Cēbers. Raksta pieņemšana eventuāli ir iespējama, bet ir nepieciešams veikt uzlabojumus.

Šobrīd notiek darbs pie raksta “Properties of bilayers of cationic pyridinium amphiphile”, autori O.Petričenko, K.Ērglis, A.Plotniece, G.Bealle, C.Menager, R.Perzynski sagatavošanas.

4.4. Matemātisko modeļu skaitliskai risināšanai nepieciešamo skaitlisko metožu attīstība un kvalitatīva izpēte

4.4.1. Klasisku matemātiskās fizikas metožu netradicionāla izmantošana matemātiskajā modelēšanā

T. Bobinska un M. Buiķe profesora Buiķa vadībā veica Dienvidkorejas profesora H. H. Cho gupas pētījumus divslāņu sistēmām ar sienīņu no silīcija un C_4F_8 un izstrādātajos jaunajos matemātiskos modeļos veica pārveidojumus, lai varētu samērā vienkāršā veidā iegūt problēmas tuvināto atrisinājumu. Šeit sarežģītākais moments, ka A. Buiķa grupai tā ir pirmā problēma ar sistēmu ar izstieptu virsmu un dubultu sienīņu un dubultu ribi. Tika izmantota profesora A. Buiķa tuvinātā konservatīvās viduvēšanas metode, tajā izmantojot konservatīvās viduvēšanu ārējā slānī un otrajā formulējumā arī eksponentes metodi iekšējam slānim. Tika apskatītas gan stacionārās, gan arī nestacionārās problēmas. Stacionārai problēmai ar konservatīvās viduvēšanas metodi izdodas atrisinājumu iegūt kā parasto diferenciālvienādojumu atrisinājumu sistēmu ar trijām brīvajām konstantēm. Tās nosaka no saglabāšanās likumu analogiem. Iegūti skaitliskie rezultāti modeļa piemēram ar maināmām siltuma īpašībām ārējam slānim. Problēma ir apstākļi, ka nav zināmas reālās termofizikālās

vērtības ārējam slānim C_4F_8 . Šie modeļi izmantojami ne tikai šeit apskatītajām nano sistēmai, bet arī citām makro sistēmām ar izstieptām ribām un tas kopumā ļauj apskatīt dubultās sistēmas ar izstieptām virsmām. Bez lineārā trešā veida robežnosacījuma apskatīts arī nelineārais vārtšanās nosacījums abiem variantiem: stacionārai un nestacionārai problēmai. Nestacionārā gadījumā atrisinājums ir sarežģītāks un nāksies izmantot M. Buiķes un A. Buiķa izstrādāto galīgo diferencu metodi ar pārneses metodes vispārinājumu, lai sekmīgi saskaņotu temperatūras uz abu apgabalu saskares virsmas.

S. Blomkalna kopā ar A. Buiķi pētīja sfēriskā koordinātu sistēmā lodi lodē, pie tam divos formulējumos: kā divus paraboliskos diferenciālvienādojumus vai vienu parabolisko kopā ar hiperbolisko diferenciālvienādojumu ar trešā veida robežnosacījumu ārpusē. Par šo pētījumu sagatavotas paplašinātas 5 lappušu tēzes ECMI (Eiropas konsorcijs matemātikas izmantošanai industrijā) konferencei. Tika izmantota Comsol Multiphysics programmu pakete, izmantojot diferenciālvienādojuma uzdošanu vārajā formā. Tiek iegūti skaitliskie rezultāti siltuma plūsmas laikā sākuma momentā, ja risina reverso problēmu, izmantojot nosacījumus beigu momentā.

R. Viļums analizēja Buiķa u.c. (2008) matemātisko modeli un pilnveidoja saplākšņa problēmu, ņemot vērā histerēzes efektu, izmantojot neņutona šķidrums nostādni. To savulaik monogrāfijā pētīja Jentovs un Bernadiners. Tika analizētas „Wood Science and Technology” jaunākās publikācijas, taču formaldehīda īpašības atrast nevar no jaunākās literatūras. Veikta virkne skaitlisko aprēķinu, pie kam lielākām sākuma gradienta vērtībām parādās atrisinājuma nestabilitāte. Izmantots cits algoritms „smothSolver”. R. Viļums sagatavoja tēzes ECMI konferencei. M. Buiķe veica triju slāņu sistēmas analīzi ar plānu starpslāni. Ar konservatīvās izslēgšanas metodi izdodas starpslāni izslēgt, pārejot uz divu slāņu modeli ar plūsmas nepārtrauktību un atrisinājuma temperatūras lēcieni.

4.4.2. Efektīvāku skaitlisko metožu izstrāde diferenciālvienādojumu problēmām ar atšķirīgu kārtu koeficientiem pie atvasinājumiem

Dotā periodā tika veikti sekojoši pasākumi:

1) kopā ar doktorantu A.Gedroicu zinātniskais raksts „Higher order finite difference schemes for periodical boundary conditions” par jaunu algoritmu izstrādi diferenciālvienādojumiem ar periodiskajiem robežnosacījumiem ir piņemts publicēšanasais (pēc 2.korektūras) starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” (Viļņā, Taylor&Francis izdevniecība);

2) sadarbojoties ar fiziķiem, kopā ar prof. A.Cēberu ir

- publicēts starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” (Viļņā, Taylor&Francis izdevniecība) divu autoru raksts” Mathematical modelling of an elongated magnetic droplet in a rotating magnetic field”, vol.17, Nr.1, february 2012, 47-57, par izstiepta magnētiskā piliena dinamiku rotējošā magnētiskā laukā,

- veikti kustības un histerēzes aprēķini feromagnētiskam pilienam, veidojot plenāro referāta tēzes 17.starp. konferencē MMA2012 Tallinā „Numerical simulation of a magnetic droplet dynamics in a rotating field”, no 6. līdz 9. jūnijam 2012.g.;

3) kopā ar A. Reinfeldu, O.Dumbraju (LU Cietvielas Fizikas institūts), J. Cepīti, D. Constantinescu (Kraļovs universitāte, Rumānija) publicēts raksts starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” „Numerical eksperiments with single mode gyatron equations ” starpt. rakstu krājumā “ vol.17, Nr.2, april 2012, 251-270, par jauna žiratrona vienādojuma skaitlisko modelēšanu;

4) kopā ar A. Reinfeldu, O.Dumbraju (LU Cietvielas Fizikas institūts), J. Cepīti, U.Strautiņu veikta pārskata raksta „Analysis of equations arising in gyatron theory equations” pēdējā korektūra starpt. rakstu krājumā “Nonlinear Analysis: modelling and control,” Vilņā par žiratronu matemātisko modelēšanu;

5) veidojot jauna tipa algoritmus ar doktorantu A.Gedroicu un maģistru S.Rogovu ir piņemtas ref. tēzes

- „Method of lines and finite difference schemes with exact spectrum for solution some problems of mathematical physics” 5. starp. konf. „On numerical analysis and applications ,, Lozenetz (Bulgārija), 15. jūn. -20.jūn.2012.g.,

- „Finite difference schemes with exact spectrum for solving some problems of diffusion equation” 17. starp. konf. MMA2012 Tallinā no 6.jūn. līdz 9. jūn. 2012.g

6) kopā ar maģistru M. Marinaki un doktorantu A.Gedroicu izveidotie algoritmi un skaitliskie aprēķini kvadrātisku cilindru virknes aptecēšanai homogēnā magnētiskajā laukā tiks referēti 17. starp. konf. MMA2012 Tallinā „On simulation of viscous incompressible electrically conducting flow around periodically placed cylinders” no 6.jūn. līdz 9. jūn. 2012.g;

7) nolasīti 3. referāti 9. Latvijas matemātiķu konferencē Jelgavā 30.-31.maijā 2012. g., kuri publicēti arī konferences tēzēs:

- H.Kalis, M.Marinaki, A.Gedroics „Mathematical modelling of the 2D MHD flow around cylinders placed periodically”, abstracts, pp.37,

- H.Kalis, S.Rogovs, A.Gedroics „On the mathematical modelling of the diffusion equation with piecewise constant coefficients in the multi-layered domain”, abstracts, pp.38,

- I.Kangro, H.Kalis, Ē.Teirumnieka, E. Teirumnieks, A.Gedroics „On mathematical modelling of peats in multi-layer environment”, abstracts, pp.39.

8) regulāri vismaz reizi mēnesī piedalāmies semināra „Tehnomatemātikas aktuālās problēmas” darbā.

4.4.3. Sarežģītu siltuma apmaiņas procesu matemātiskā analīze, modelēšana un optimizācija

Aplūkots matemātiskais modelis sistēmai ar siltuma vadīšanu, konvekciju un radiāciju apkārtējā telpā. Matemātiskais modelis ir lineārs eliptisks vienādojums ar nelokāliem nelineāriem robežnosacījumiem.

Iepriekšējos periodos bija parādīts, ka ar galīgo tilpumu metodi iegūtais diskrētais vienādojums ir viennozīmīgi atrisināms un ka eksistē vienmērīgi (attiecībā pret galīgo tilpumu režģa izvēli) novērtējumi L^p tipa telpās.

Šajā pārskata periodā parādīts:

- 1) diskrēto gradientu vienmērīga (attiecībā pret regulāriem galīgo tilpumu metodes režģiem) ierobežotība L^2 tipa telpās;
- 2) diskrēto atrisinājumu stiprā konverģence references apgabalā L^2 tipa telpās;
- 3) diskrēto atrisinājumu stiprā konverģence uz references apgabala robežas L^p tipa telpās;
- 4) diskrēto atrisinājumu konverģence uz nepārtrauktās problēmas atrisinājumu vājā nozīmē Soboļeva tipa telpās.

Kā galvenais sasniegums te jāatzīmē pierādījums, ka ar speciālu formulu piekārtotās diskrēto atrisinājumu robežvērtības konverģē stipri telpā L^2 uz references apgabala robežas.

Pārskata periodā tika turpināts darbs pie diskretizācijas algoritma, kas balstīts uz galīgo tilpumu metodi, izveides un tā analīzes "tīrajai" starojuma transporta robežproblēmai ar mērķi parādīt diskretizētās problēmas atrisinājumu L_p -konverģenci uz references apgabala robežas, ja režģa elementu (apkārtējā telpā) diametrs gan pēc telpas, gan arī pēc virziena mainīgajiem tuvojas 0. Papildus tam tika pētīts jautājums par dažādu lineāru sistēmu inversēšanas algoritmu (PBiCG, Gausa-Zeideļa, GAMG) efektivitāti, skaitliski risinot ar šādu diskretizācijas paņēmieni iegūtu vienādojumu sistēmas.

Iznākusi publikācija ISI saraksta žurnālā:

K.Birgelis and U. Raitums, Strictly convergent algorithm for an elliptic equation with nonlocal and nonlinear boundary conditions, *Mathematical Modelling and Analysis*, vol.17, Nr.1 , pp. 128-139, 2012.

Literatūra.

[1] E.Eymard, T.Gallouet and R.Herbin, *Finite Volume Methods*, University of Wroclaw, 2008.

4.5. Pētījumu izvērsana matemātikas lietojumiem nozīmīgos diferenču vienādojumos

Plazmas nestabilitātes kodolsintēzes reaktoros (tokamakos) ir saistītas ar plazmas nelineārām perturbācijām. Šo parādību var modelēt ar diviem vienādojumiem, pirmais apraksta sistēmas relaksācijas dinamiku, otrs sistēmas piedziņu:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} \xi_n = (p_n' - 1) \cdot \xi_n - \delta \cdot \frac{d}{dt} \xi_n \\ \frac{d}{dt} p_n' = \eta \cdot (h - p_n' - \alpha \cdot \xi_n^2 \cdot p_n') \end{cases} \quad (1)$$

kur ξ ir magnētiskā lauka nobīde, p' ir plazmas spiediena gradients, δ ir disipācija, η ir attiecība starp normālo siltuma difūziju un perturbāciju rezultātā radušos siltuma difūziju, h ir sistēmā ievadītā jauda, α ir attiecība starp anomālo un normālo siltuma difūziju, indekss n norāda, ka visi lielumi ir normēti (bez dimensijām). Šī vienādojumu sistēma ekvivalenta triju pirmās kārtas parasto diferenciālvienādojumu autonomai sistēmai.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (z - 1) y - \delta \cdot x \\ \frac{dy}{dt} = x \\ \frac{dz}{dt} = \eta \cdot (h - z - y^2 z) \end{cases} \quad (2)$$

Pētīta dotās sistēmas fāzu portrets pie dažādām parametra vērtībām. Par doto tematiku referēts LMB konferencē un sagatavots referāts konferencē MMA 2012 Tallinā.[1]

Pētnieku grupai uzkrāta pieredze nelineāru Šrēdingera tipa vienādojumu sistēmu kvalitatīvā un skaitliskā risināšanā modelējot elektronu kustību žirotronā, kas nepieciešama pētījumos par kontrolētu termo nukleāro reakciju jauna tipa atomreaktoros. Publicēti 2 raksti [2,3].

Doktorante M. Avotiņa pētījusi speciāla tipa otrās kārtas racionālu diferenču vienādojumu. Referēts LMB konferencē un sagatavots referāts konferencē MMA 2012 Tallinā.[4].

Doktorante S. Blomkalna turpināja risināt siltuma pārnese problēmu sfēras veidotā sistēmā. Referēts LMB konferencē [5] un sagatavoti ziņojumi MMA 2012 Tallinā un ECMI konferencei Lundā, Zviedrijā.

Publikācijas.

1. O.Dumbrajs, A. Reinfelds. *Minimal physical model for interaction of MHD instability with plasma*. Abstracts of the 9th Mathematical conference, Jelgava, March 30-31, 2012, p. 25
2. A.Reinfelds, O.Dumbrajs, H.Kalis, J.Cepītis, D.Constantinescu. *Numerical experiments with single mode gyrotron equation*. Mathematical Modelling and Analysis **17** (2012), no. 2, 251-270 **SCI**.
3. J.Cepītis, O.Dumbrajs, H.Kalis, A.Reinfelds, U.Strautins. *Analysis of equations arising in gyrotron theory*. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, **17** (2012), no. 2, 139-152 **SCI**.
4. M.Avotina. *Behaviour of solutions of difference equation* Abstracts of the 9th Mathematical conference, Jelgava, March 30-31, 2012, p. 6
5. S.Blomkalna. *Heat conduction problem for bi-layered ball*. Abstracts of the 9th Mathematical conference, Jelgava, March 30-31, 2012, p. 8

4.6. Daudzvērtīgu matemātisko struktūru un kriptogrāfisko metožu lietošana matemātiskajā modelēšanā

4.6.1. Daudzvērtīgas matemātiskas struktūras un to lietojumi procesu modelēšanā

Tiek pabeigti pētījumi M-aproksimatīvu sistēmu jomā. Galvenie šajā virzienā iegūtie rezultāti atspoguļoti **A.Šostaka** rakstā "Towards the theory of M-approximate systems: the case of the variable range", kurš npublicēts monogrāfijā „Proceedings ICTA2011 Islamabad” (Pakistan July 4–10, 2011 Cambridge Scientific Publishers (2012), pp. 265–284). Ir turpināti pētījumi par aproksimatīvām sistēmām ar speciālām īpašībām: pusnepārtrauktās, stratificētās, u.c. Par šiem rezultātiem **A.Šostaks** nolasīja plenāro referātu konferencē „33rd Linz Seminar on Fuzzy Sets,” Lincā, Austrijā, 2012. gada 13.-18. februārī, kā arī referātu konferencē „Ibero-American conference on topology and its applications 2012” Guanajuato, Meksikā, 10.-15. aprīlī. Referātu kopsavilkumi pielikumā.

Turpināti pētījumi par bornoloģiskām struktūrām, kuras inducētas ar nestriktām metrikām. Ir izpētītas ar nestriktām metrikām inducētu L-vērtīgu bornoloģisku telpu kategoriju būtiskas īpašības. Tiek pētīta konstrukcija, kas ļauj konstruēt L-vērtīgas bornoloģijas no „klasisku” bornoloģiju saimes. Par šajā virzienā iegūtajiem rezultātiem **I.Uljane** nolasīja referātus starptautiskās konferencēs „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākijā, 2012. gada 29. janvārī – 3. februārī un „Ibero-American conference on topology and its applications – 2012” Guanajuato, Meksikā 10.-15. aprīlī, kā arī 9. Latvijas matemātikas konferencē, Jelgavā, 2012. gada 30.-31. martā. Referāta kopsavilkumi (abstract) pielikumā. Par iegūtiem rezultātiem tiek arī gatavots raksts, kuru plānots iesniegt publicēšanai starptautiskajā žurnālā „Fuzzy Sets and Systems” 2012. gada jūlijā beigās.

Turpināti pētījumi L-vērtīgu sintopogēnu struktūru jomā. Par dažiem šajā virzienā iegūtiem rezultātiem tika ziņots **A. Šostaka** un D. Čimokas referātā „On fuzzy syntopogeneous structures” starptautiskā konferencē „FSTA: Fuzzy Sets: Theory and

Application”, Liptovski Jan, Slovākijā, 2012. gada 29. janvārī – 3. februārī un 9. *Latvijas matemātikas konferencē*, Jelgavā, 2012. gada 30.-31. martā. Referāta kopsavilkumi (abstract) pielikumā. Tiek gatavots raksts, kuru plānots iesniegt publicēšanai žurnālā „Fuzzy sets and systems”.

Tika tālāk attīstīta katalg-topoloģijas teorija. Galvenā uzmanība tika pievērsta katalg-topoloģijas pielietojumiem dažādās matemātikas nozarēs. Tika apskatīta gan jau agrāk pētītā saikne ar saistības sistēmām (attachment systems) gan arī jauna saikne ar formālo konceptu analīzi. Šajā sakarā **S. Solovjovs** ir sagatavojis divus zinātniskos rakstus: „*Topological systems versus attachment relation*”, kurš ir iesniegts starptautiski recenzējamā zinātniskajā žurnālā „*Quaestiones Mathematicae*”, un „*On lattice-valued Formal Concept Analysis*”, kurš ir iesniegts starptautiski recenzējamā zinātniskajā žurnālā „*Fuzzy Sets and Systems*”. Iepriekšējā perioda šajā jomā iegūtie rezultāti ir nopublicēti **S. Solovjova** rakstā „*Categorical foundations of variety-based topology and topological systems*”, *Fuzzy Sets Syst.* 192 (2012), 176-200. Sadarbībā ar Jorkas Universitātes (Toronto, Kanādā) profesoru V. Tolenu tika uzsākts darbs pie saikņu pētījumiem starp katalg-topoloģiju un laksa algebrām. Tika studēta laksa algebru teorija un tās pielietojumi kategoriskā topoloģijā. Daži no šajā jomā iegūtiem rezultātiem nopublicēti **S. Solovjova** rakstos „*On cartesian closed categories of modified weak extended-order algebras*” (*Contr. Gen. Alg.* 20 (2012), 85-100) un „*Composite variety-based topological theories*” (*Fuzzy Sets Syst.* 195 (2012), 1-32). Rakstu kopijas pielikumā.

Tiek turpināti pētījumi daudzkritēriālas lineāras programmēšanas uzdevumu risināšanā, to lietojumos "image processing" uzdevumu risināšanā. Iegūtie rezultāti apspriesti ar ārzemju kolēģiem (Prof. I. Perfilieva, L. Behouneks, J. Fodors, R. Mesiaris u.c.). Par dažiem no šajā jomā iegūtajiem rezultātiem referēja **O. Grigorenko** konferencē „*FSTA: Fuzzy Set Theory and Applications*”, Slovākijā, 2012. gada 29. janvārī – 2. februārī un 9. *Latvijas matemātikas konferencē*, Jelgavā, 2012. gada 30.-31. martā, un tie nopublicēti **O. Grigorenko** rakstā „*Involving fuzzy orders for multi-objective linear programming*” starptautiskā zinātniskā žurnālā „*Mathematical Modelling and Analysis*”. **O. Grigorenko** ir iesniegusi referāta tēzes konferencē „*MMA2012 - 17th International Conference Mathematical Modelling and Analysis*,” Tallinā 6.-10. jūnijā, un konferencē „*EURO XXV 2012 - 25th European Conference on Operational research*”, Viļņā 2012. gada 9.-12. jūlijā. Referātu un publikāciju tēzes pielikumā.

Tiek attīstītas daudzkritēriālas metodes nestriktu matricu spēļu analīzei. Uzdevums par nestriktu matricu spēles cenu ir reducēts uz divu līmeņu lineārās programmēšanas problēmu. Ir aprakstīta šādu lineārās programmēšanas problēmu risināšanas metode. Iegūtie rezultāti tika prezentēti **D. Dances** referātos starptautiskajā konferencē „*FSTA 2012 - 11th International Conference on Fuzzy Set Theory and Applications*” Slovākijā, 2012. gada 29. janvārī – 2. februārī un starptautiskajā konferencē „*ISCAMI 2012 13th International Student Conference on Applied Mathematics and Informatic*” Malenovicē, Čehijas Republikā, 2012. gada 10.-13. maijā. Referātu kopsavilkumi (abstract) pielikumā.

Ir piedāvāts F-transformāciju (F-transforms, Fuzzy transforms) konstrukcijā izmantot tā sauktos vispārinātos nestriktos sadalījumus balstītus uz polinomiāliem splineiem. Tika iegūtas atbilstošās tiešās un inversās transformācijas formulas, kuras ir ilustrētas un aprobētas ar testa piemēriem. Klasiskā un vispārinātā sadalījuma gadījumā tika salīdzinātas F-transformāciju kļūdas. Iegūtie rezultāti tika prezentēti **S. Asmuss** un I. Vavilčenkova kopīgā referātā „*On spline based fuzzy transforms*,” starptautiskajā konferencē „*FSTA 2012- 11th International Conference on Fuzzy Set Theory and Applications*”.

Turpināti pētījumi, kas saistīti ar L-nestrikti vērtīga integrāļa lietojumiem aproksimāciju teorijā. Izmantojot L-nestrikti vērtīgu integrāli, tika ieviesta funkciju L-nestrikti vērtīga norma un aprakstīta aproksimācijas kļūdas novērtēšanas metode, kura ir ilustrēta ar piemēriem. Iegūtie rezultāti tika prezentēti *S. Asmuss* un V. Ružas kopīgā referātā starptautiskajā konferencē „*FSTA 2012 - 11th International Conference on Fuzzy Set Theory and Applications*” un *9. Latvijas matemātikas konferencē*. Referātu kopsavilkumi (abstracts) pielikumā.

Tika attīstīta divu līmeņu lineārās programmēšanas problēmu analīzes metode, izmantojot speciāli šim mērķim izstrādāto faktoragregāciju. Tika turpināti faktoragregāciju pētījumi (*S. Asmuss, Olga Grigorenko*)

2012. gada 4. aprīlī *Olga Grigorenko* sekmīgi aizstāvēja *doktora disertāciju* „*Fuzzy order relations and monotone mappings: categorical constructions and applications in aggregation process*”, kurā tika iekļauti arī projekta ietvaros iegūtie rezultāti.

4.6.2. Efektīvu plūsmas šifru un kriptogrāfiski noturīgu pseidogadījuma skaitļu ģeneratoru konstrukcija

VEIKTO DARBU APRAKSTS UN REZULTĀTI:

Apskatītajā laika periodā turpinājām strādāt pie sekojošām problēmām (atskaitē doti tikai jauniegūtie rezultāti). Visu šo pētījumu virzība - jaunu šifru meklējumi.

Filtrācijas problēma

Fiksējam galīgi ģenerēta biideāla $x \in \{0,1\}^\omega$ bāzi $\langle u_0, u_1, \dots, u_{m-1} \rangle$ un skaitļus $k_0 = |u_0| - |u_1|, \dots, k_{m-2} = |u_{m-2}| - |u_{m-1}|, k_{m-1} = |u_{m-1}| - |u_0|$. Ja visas bideāla x aritmētiskās apakšvirknes ir aperiodiskas, tad eksistē tāds naturāls ξ , ka visiem naturāliem j no 0 līdz $m-1$ un visiem $k \in \{|k_0|, |k_1|, \dots, |k_{m-1}|\}$ nulļu un vieninieku pozīcijas vārdā $u_j^{(\xi)}$ veido pilnu atlikumu sistēmu pēc moduļa k .

Morfiski vārdi

Fiksējam bezgalīgu vārdu $x=11001000010\dots$, kas ir kvadrātiskas funkcijas $y = t^2$ karakteristikais vārds, kā arī šī vārda dubulto vārdu $d=11110000110\dots$ un trīskāršo vārdu $t=1111110000\dots$. Apskatām šo vārdu Dekarta reizinājumu. $(d,t)=(1,1)(1,1)(1,1)(1,1)(0,1)(0,1)(0,0)\dots$. Eksistē morfismi $\mu : x \mapsto d, \xi : (d,t) \mapsto t$, turklāt, ja $x\mu_1\mu_2 = d$ un $(d,t)\xi_1\xi_2 = t$, tad $\mu_1\mu_2 = \mu$ un $\xi_1\xi_2 = \xi$. Šie rezultāti vieš cerību, ka atrasta pieeja kā varētu pierādīt, ka bezgalīgo vārdu sakārtojums (par pamatu ņemot morfismu) pretstatā Mīlija mašīnu veidotajam sakārtojumam neveido pusrežģi.

Mērs bezgalīgo vārdu kopā.

Izrādās, ka biideālu skaits ir ļoti liels salīdzinot ar vienmērīgi rekurento vārdu skaitu. Matemātiski precīzā formulējumā tas nozīmē, ka vienmērīgi rekurento vārdu kopas mērs ir 0, bet visu biideālu kopas mērs ir 1.

4.7. Pētījumi modernajā elementārajā matemātikā

„Atomāro un nepārtrauktās vides tehnoloģisko fizikālo procesu modelēšana, matemātisko metožu pilnveide un kvalitatīvā izpēte”, Nr. 2009/0223/IDP/1.1.1.2.0/09/APIA/VIAA/008

Apakšaktivitātes darba grupas galvenais darbs tiek vērsts uz skolēnu pētniecisko prasmju un iemaņu attīstīšanu, kā arī jauniešu intereses veicināšanu par eksaktajām zinātnēm. Šī mērķa sasniegšanai tiek rīkotas un attīstītas dažādas aktivitātes, kuru organizēšanā un vadīšanā ir iesaistīti projekta darba grupas dalībnieki.

1) Pārskata periodā atjaunota Mazās matemātikas universitāte (MMU) vidusskolēniem, noorganizētas 3 nodarbības par dažādām matemātikas tēmām un to lietojumu dzīvē. (*D. Bonka*).

2) Turpināts rīkot neklātienas konkursus pamatskolēniem „*Tik vai Cik*” (*TVC*), „*Jauno matemātiķu konkurss*” (*JMK*) un „*Profesora Cipariņa klubs*” (*PCK*). Pārskata periodā tika noorganizēta konkursa *JMK* 5. kārtā un konkursa *PCK* 5. un 6. kārtā, sadarbībā ar kolēģiem no Šauļu universitātes, Lietuva, rīkota starptautiskā 4. klašu skolēnu matemātikas olimpiāde – konkursa *TVC* 4. kārtā. Apkopoti rezultāti kopvērtējumā par mācību gadu. (*D. Bonka*)

3) Turpinās darbs pie matemātikas olimpiāžu rīkošanas un popularizēšanas. Pārskata periodā sastādīti uzdevumu komplekti un noorganizētas 62. valsts matemātikas olimpiādes 3. un 4. kārtā un 39. atklātā matemātikas olimpiāde. Analizēti šo olimpiāžu rezultāti. (*D. Bonka, L. Ramāna*)

4) Pārskata periodā 2012. gada 10. – 16. aprīlī Lielbritānijā, Kembridžā notika 1. Eiropas meiteņu matemātikas olimpiādē (*EGMO*), kurā Latviju pārstāvēja četras skolnieces. Tika iegūta viena bronzas medaļa. *D. Bonka* pavadīja komandu kā komandas vadītāja vietniece. (*D. Bonka*)

Viena no skolēnu pētniecisko darbu jomām ir dažādi kombinatoriskās ģeometrijas uzdevumi, t. sk., uzdevumi par polimino, to saderību, noteiktu konfigurāciju veidošanu. Projekta ietvaros tika pētītas dažas no šīm problēmām (problēma par tetradu konstruēšanu, problēma, kas saistīta ar simetrisku figūru meklēšanu, kas veidotas no polimondiem, taisnstūru pārklāšana ar īpaši izvēlētiem heksamino u.c.) un atrasti jauni risinājumi, izstrādāti optimālāki algoritmi to risināšanai. (*J. Čerņenoks*)

Pārskata periodā ir sagatavotas, iesniegtas un publicētas tēzes referātam un nolasīts referāts 13. starptautiskajā konferencē „*Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives*”, kas notika 2012. gada 30. maijā – 1. jūnijā, Tartu, Igaunijā:

D. Bonka. On problem set's composition for math Olympiads. – In: *Teaching mathematics: Retrospective and Perspective. Abstracts*, Tartu, 2012 – p. 19.