

4.aktivitātes – „Tematiska pētnieciskā darbība” starp rezultātu apkopojums par paveikto periodā no 01.06.2011.-31.08.2011.

Pārskata periodā no 01.06.2011. līdz 31.08.2011. darbu projektā turpināja izveidotā jauno pētnieku grupa 45 darbinieku sastāvā. Grupā bija iesaistīti 22 matemātiķi un 23 fiziķi, no tiem bakalauranti 3, maģistranti 8, doktoranti 5 un jaunie doktori 4. Atbilstoši projekta aktivitāšu plānojumam cita starpā tika strādāts pie matemātisko problēmu risinājumiem, kuras bija noformulējuši fiziķi kā aktuālas matemātiskas problēmas, kuru risinājumi ir nepieciešami fizikālo procesu matemātiskajā modelēšanā. Jauno pētnieku grupas zinātnisko vadību nodrošināja pieredzējušie Fizikas un matemātikas fakultātes mācību spēki.

Tālāk atskaitē seko sasniegto rezultātu izklāsts atbilstoši pētnieciskajām aktivitātēm.

4.1. Atomāro un molekulāro procesu matemātiskā modelēšana

4.1.1. Atomu un molekulu koherenta mijiedarbība ar lāzera starojumu

Notiek datu apkopšana un darba pie manuskripta sagatavošanas par K_2 molekulu mijiedarbību ar diožu lāzera starojumu. Tiek pētīta tumšo un gaišo rezonansu veidošanās šīs mijiedarbības rezultātā, kā arī magnētiskā luaka ietekme uz šīm rezonansēm. Šā pētījuma rezultāti tiek apkopoti manuskripta formā. [1]

Notiek eksperiments un datu analīze, kā arī apraksta modeļa precizēšana pētījumos par rubīdija atomu mijiedarbību ar diožu lāzera starojumu. Eksperimentos tiek konstatēta rezonansu rakstura (tumšās vai gaišās) izteikta atkarība no ierosinošās gaismas intensitātes, atomu pamatstāvokļa relaksācijas ātruma un gāzes temperatūras. Par šī eksperimenta rezultātiem tiek gatavots raksta manuskripts [2]. Iegūto rezultāti tika ziņoti konferencēs “43rd Conference of the European Group for Atomic Systems” Fraiburģā, Šveicē [3] un “Photonica 2011” Belgradā, Serbijā [4].

[1] M. Auzinsh, R. Ferber, I. Fescenko, L. Kalvans, and M. Tamanis, Nonlinear magneto-optical resonances for systems with J at the order of 100, observed in K_2 molecules, sagatavots manuskripts

[2] M. Auzinsh, A. Berzins, R. Ferber, F. Gahbauer, L. Kalvans, A. Mozers, and D. Opalevs, Conversion of bright magneto-optical resonance into dark for D_2 excitation of atomic rubidium at fixed laser frequency, manuskripts tiek gatavots

[3] A. Berzins, M. Auzinsh, R. Ferber, F. Gahbauer, L. Kalvans, A. Mozers, and D. Opalevs, Influence of laser power density on bright and dark magneto-optical resonances. Konferencēs stenda referāts.

[4] Linards Kalvans, M. Auzinsh, A. Berzins, R. Ferber, F. Gahbauer, A. Mozers, D. Opalevs, Conversion of dark magneto-optical resonances to bright by controlled changes in the excitation parameters of the Rb D_2 line at linearly polarized excitation. Konferencēs stenda referāts.

4.1.2. Divatomu molekulu Furjē transformācijas spektroskopija un struktūras noteikšana

Tiek turpināti pētījumi KCs molekulas pamatstāvokļa potenciālās enerģijas līknes noteikšanai pie lieliem starpkodola attālumiem un tās disociācijas enerģijas vērtības precizēšanai. Izmantojot Furje spektrometra (*Bruker I25HR*) un krāsvielu lāzeru (krāsvielā *Rhodamine 6G*), tika ierosināts KCs molekulas $4^1\Sigma^+$ stāvoklis un novērota fluorescences uz zemākajiem $A^1\Sigma^+ - b^3\Pi$ stāvokļa svārstību līmeņiem. Veicot iegūto spektru apstrādi un iegūto datu analīzi, secinājām, ka zemākais iegūtais ir ceturtais svārstību līmenis, kas pieder $b^3\Pi$ stāvoklim un satur tikai 0.4% $A^1\Sigma^+$ stāvokļa piemaisījumu. Sagatavoti stenda referātu starptautiskajai atomfizikas konferencei EGAS 43, kas norisinājās Šveicē, Friburgā no 28.06.11 - 02.07.11, kā arī 25. Kolokvijam par molekulu augsto izšķiršanas spējas spektroskopiju, kas norisinājās Dižonā, Francijā, 29.08.2011.- 02.09, 2011. Iegūti jauni dati par Lantāna atomiem, kurus tālāk izmantos jauno līmeņu noteikšanai sadarbībā ar *Istanbul University* un *Hochschule fuer Technik und Wirtschaft Berlin* zinātniskām grupām. Turpināta agrāk iesākto lāzeru inducētās fluorescences spektru no RbCs molekulas $B^1\Pi$ stāvokļa un A-b kompleksa analīze un apstrāde, iegūtās spektroskopiskās informācijas apkopošana un sistematizēšana. Tā, pie jau iepriekš apstrādei sagatavotajām 1093 A-b kompleksa svārstību-rotāciju v', J' līmeņu enerģiju vērtībām pašlaik ir pievienotas vēl 190 vērtības. Tika turpināta Rb_2 un Cs_2 molekulu A-b kompleksa datu apstrāde un sistematizēšana.

4.1.3. Ridberga kvantu stāvokļu lāzeru manipulācija

Veikta sadarbība ar LU pētnieku Dr. Aigaru Ekeru stenda referāta plakāta sagatavošana M. Bruvelis, A. Cinins, S. Mezinska, N. N. Bezuglov, T. Kirova, and A. Ekers "Particularities of Doppler profile for supersonic beams with circular, square, and arbitrary collimating apertures", dalībai European Group on Atomic Systems EGAS-43 konferencē, 2011.gada 28.jūnijs līdz 2011.gada 2.jūlijs, Friburg, Šveice.

Veikta sadarbība ar pētnieku Dr. Vasilij Entin no Institute of Semiconductor Physics, Novosibirskas, Krievijas, sekojošos pētījumu virzienos:

- virskaņas molekulārās eksperimentālās iekārtas analīze, lai optimizētu eksperimentālo iekārtu komponentu izkārtojumu mērījumu veikšanai šķērseniskā Doplera spektrālīnijas aprakstam virskaņas molekulārajos/atomārajos kūļos, kā arī noticis darbs pie
- darbs pie optisko elementu justēšanas eksperimentālo mērījumu veikšanai šķērseniskā Doplera spektrālīnijas aprakstam virskaņas molekulārajos/atomārajos kūļos.

Veikta sadarbība ar Prof. Nikolay Bezuglov no Sanktpēterburgas Valsts universitātes, LU pētnieku Dr. Kasparu Mičuli un LU bakalaura studenti Silvu Mežinsku sekojošos pētījumu virzienos:

- vienkāršotu teorētisko modeļu izstrāde atomu izstāšanās konstanšu (sazarošanās konstanšu un dzīveslaiku attiecību) mērījumiem daļēji atvērtās sistēmās virskaņas nātrija atomu kūlī divfotonu ierosmes shēmā $3S_{1/2} F=1 \leftrightarrow 3P_{1/2} F=2 \leftrightarrow 7D_{3/2}$, izmantojot nepārtrauktu lāzera starojuma ierosmi.
- skaitliski dzīveslaiku un sazaršanās konstanšu noteikšanas aprēķini un aprēķinu analīze.

Veikta sadarbība ar pētnieku Dr. Denis Tretyakov no Institute of Semiconductor Physics, Novosibirskas, Krievijas sekojošos pētījumu virzienos:

- nātrija absorbcijas šūnas iekārtas analīze, lai optimizētu eksperimentālo iekārtu komponentu izkārtojumu krāsvielu lāzera stabilizācijas sistēmas izstrādei;
- nātrija šūnas optiskās shēmas uzlabošanas, panākot iespēju pilnībā savietot/pārklāt piesātinošo un detektējošos staru gaitu nātrija absorbcijas šūnā;
- datorizēta analogā sprieguma kontroles sistēmas uzlabošanas, panākot iespēju nepārtraukti skanēt/kontrolēt spriegumu -5V līdz +5V apgabalā ar skenēšanas ātrumu pilnam skanēšanas apgabalam, kas mazāks par 10 sekundēm;
- datorizēta analogā sprieguma mērīšanas sistēmas uzlabošanas, panākot iespēju reģistrēt analogo spriegumu -10V līdz +10V apgabalā ar datu reģistrācija intervālu, kas mazāks par 10ms;
- pie optisko elementu justēšanas eksperimentālo mērījumu viekšanai šķērseniskā Doplera spektrālīnijas aprakstam virsskaņas molekulārajos/atomārajos kūļos;
- veikti eksperimentālie mērījumi šķērseniskā Doplera spektrālīnijas aprakstam virsskaņas molekulārajos/atomārajos kūļos.

4.2. Tehnoloģisko procesu matemātiskā modelēšana

4.2.1. Siltuma un vielas apmaiņas procesu elektromagnētiskā vadība stiklveida materiālu kausējumos, ievērojot procesu nelineāro mijiedarbību un starojuma siltuma apmaiņu

Izveidots datormodelis indukcijas kanālkrāsnij ar izmainītu (par 90° grādiem pagrieztu) magnētiskā ekrāna novietojumu attiecībā pret sākotnējo bāzes modeli. Veikta šī modeļa diskretizācija un elektromagnētisko aprēķinu sērija, pieskaņojot kanālā inducēto jaudu uzdotajai vērtībai 250 kW. Veikts Džoula avotu un EM spēku aprēķins, tie importēti hidrodinamisko aprēķinu veikšanai.

Izveidots datormodelis heterogēnam kompozītam ar mikroskopisku porozitāti un makroskopiskiem dobumiem, kura forma un dobumu izmēri atšķiras no diviem iepriekš apskatītajiem modeļiem. Veikta modeļa diskretizācija un siltuma caurlaidības aprēķini, ievērojot siltuma vadīšanu, termisko konvekciju un starojuma siltuma pārneši dobumos. Veikta iegūto rezultātu salīdzinošā analīze ar iepriekš iegūtajiem skaitliskajiem un eksperimentālajiem rezultātiem.

Uzsākta dažādu 2 parametru un lielo virpuļu modelēšanas (LES) turbulences modeļu precizitātes salīdzinošā izvērtēšana uz dažāda izmēra režģiem un ar dažādām shēmām, par pamatu ņemot elektromagnētiski ierosinātu recirkulatīvu turbulentu plūsmu cilindriskā tilpumā (indukcijas tīģelkrāsns laboratorijas modelī), kurai pieejami kvalitatīvi eksperimentālie dati.

Sagatavoti 4 referāti zinātniskajām konferencēm (Tampere un Borgo), publicēti 2 referātu kopavilkumi un 2 referātu pilnie teksti.

4.2.2. Silīcija monokristālu izdusriālās audzēšanas matemātiskā modelēšana

Turpināts darbs pie kristālu šķautņu veidošanās teorētisko modeļu izstrādes. Izvests Heringa nosacījums starpfāžu virsmām pie trīsfāžu punkta bezgalīgi garai 2D trīsfāžu līnijai (klasiskais Heringa nosacījums, kurā tiek ignorēts otrais liekuma rādiuss). Analogiski mēģināts izvest Heringa nosacījumu, ņemot vērā otro liekuma rādiusu. Pašreizējie izvedumi parāda, ka otrais liekuma rādius neparādās Heringa nosacījumā, tas ir, arī uz liektas trīsfāžu līnijas pēc pašreizējiem priekšstatiem izpildās tas pats klasiskais Heringa nosacījums.

Izpētīta virkne jaunu literatūras avotu par eksperimentāliem silīcija kristalizācijas virsmas un kristāla sānu-vakuumu fāžu virsmas enerģijas pētījumiem, kā rezultātā uzziņāti jauni, no iepriekšējiem atšķirīgi dati par šo virsmas enerģiju vērtību un to temperatūras atkarību. Turpināts darbs pie konfigurācijas faktoru 3D aprēķina programmas kristāla, kausējuma un tīģeļa virsmu apstarošanās modelēšanai. Veikti pirmie testa aprēķini un salīdzinājumi ar pieejamām analītiskām formulām vienkāršu virsmu konfigurācijas faktoru aprēķinam.

4.2.3. Magnetoreoloģisko suspensiju īpašību matemātiskā modelēšana izmantojot kombinētu īpašību aprakstu mikro- un makromērogā

Magnetoreoloģisko suspensiju īpašības nosaka magnētiskā mijiedarbība starp suspendētajām daļiņām. Parasti šo mijiedarbību aprēķina, izmantojot skaitliskas metodes (galīgo elementu metodi), taču, ja daļiņu magnētiskā caurlaidība χ ir konstanta, daļiņu magnetizāciju un mijiedarbību starp tām var aprēķināt analītiski.

Uzdevumu risina sfēriskajās koordinātēs – tiek risināts Laplasa vienādojums skalārajam magnētiskā lauka H potenciālam, kura atrisinājums sfēriskajās koordinātēs izsakās ar Ležandra polinomu rindu jeb multipolu izvirzījumu.

Ir izvestas formulas un iegūti aprēķinu rezultāti magnētiskajai mijiedarbībai starp lodēm divos „populārākajos” gadījumos – divu ložu mijiedarbība un spēks starp bezgalīgas magnētisku ložu ķēdes pusēm. Iegūti atrisinājumi pie dažādām ārējā magnētiskā lauka orientācijām.

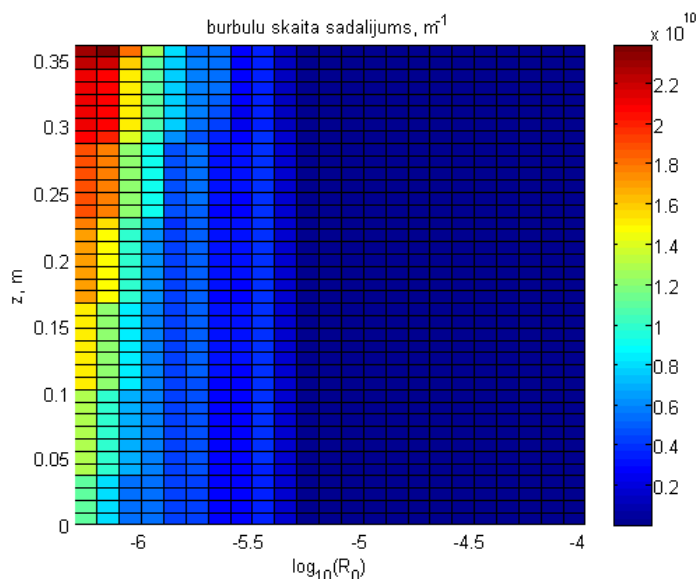
Strādāts ne tikai pie formulu izvešanas, bet arī aprēķinu metodikas pilnveidošanas un optimizēšanas. Lai arī risinājums ir analītisks, tā iegūšana prasa vienādojumu sistēmas atrisināšanu un summēšanu, un šīs darbības ir apjomīgas un laikietilpīgas. It īpaši pie ļoti maziem starpložu attālumiem aprēķinu laiks pieaug ļoti strauji, tāpēc aprēķinu metodikas maksimāla optimizēšana ir nepieciešama, lai izmantotu šo risinājumu praksē.

Tā kā magnetoreoloģiskajās suspensijās parasti izmanto feromagnētiskas daļiņas, kurām magnētiskā caurlaidība χ nav konstanta, galvenais ieguvums no šī atrisinājuma ir analītisks (precīzs) problēmas atrisinājums speciālgadījumam, kas ir noderīgs atskaites rezultāts skaitlisko (tuvināto) aprēķinu pārbaudei un kalibrēšanai. Jāpiezīmē arī, ka situācijās, kad χ tuvināti var uzskatīt par konstantu, atrisinājums ar multipolu izvirzījumu ir ļoti izdevīgs situācijās ar sarežģītāku geometriju, piemēram, aprakstot mijiedarbību starp dažāda izmēra daļiņām, formulās šo atšķirību ieviešana izmaina aprēķinu gaitu tikai nedaudz, kamēr aprēķinos ar galīgo elementu metodi tas nozīmē vairākkārtīgu aprēķinu sarežģītības un ilguma pieaugumu.

4.2.4. Termoelektrisko strāvu un magnētiskā lauka mijiedarbības izraisītas šķidra metāla plūsmas izpēte adatveida režģa apkārtnē; akustiskās kavitācijas modelēšana

Ultraskaņas vannas izmanto silīcija plākšņu tīrīšanai. Tīrīšanas procesā nozīmīga loma ir kavitācijas procesam jeb gāzes burbuļiem, kas ultraskaņas iedarbībā rodas un oscilē. Iepriekšējā darba laikā tika izveidots un papildināts matemātiskais modelis, ka apraksta burbuļu izmēru sadalījumu un sadalījuma pa vienu telpas dimensiju (no ultraskaņas avota līdz šķidrums virsmai). Darba uzdevums pārskata periodā bija izpētīt izveidotā modeļa uzvedību pie akustiskā lauka frekvences $f = 1$ MHz, jo līdz tam aprēķini tika veikti pie $f = 443$ kHz, kas atbilda tiem eksperimentālajiem rezultātiem, kuri tika izmantoti kalibrēšanai. Balstoties uz iepriekšējiem rezultātiem un konferencē iegūto informāciju, tika nolemts neveikt no modeļa kā nenozīmīgu izņemt gāzu apmaiņas starp burbuli un šķidrumu (rektificētās difūzijas) procesu. Pēc viena burbuļu oscilāciju aprēķinu veikšanas, un spēka,

kas akustiskajā laukā iedarbojas uz burbuļiem un tos pārvieto (1. veida Bjerknes spēka), aprēķināšanas, tika secināts, ka pie frekvences 1 MHz 1. veida Bjerknes spēks ir pārāk mazs, lai izveidotos burbuļu sadalījuma struktūra, kas novērojama eksperimentos. Līdz ar to bija nepieciešams pārveidot modeli, ņemot vērā enerģijas absorbciju burbuļos. Tā kā pie šāda modeļa ir jāveic aprēķini pie liela skaita dažādu enerģiju vērtību (jo pie pašreizējā modeļa enerģija var no sākotnējās vērtības nodilt gandrīz līdz nullei), radās nepieciešamība izveidot datu interpolācijas procedūru. Ņemot vērā arī citus aspektus, tika nolemts realizāciju pārcelt no Delphi uz Matlab vidi, kas sekmīgi tika izdarīts dažu dienu laikā. Aprēķinu rezultātu piemērs redzams 1. att.



1. att. Burbuļu skaita sadalījums pa līdzsvara rādiusiem (x ass, logaritmiskā mērogā) un telpas dimensiju (y ass). $f = 1$ MHz.

Notikusi sekmīga iepriekš iegūto rezultātu prezentācija konferencē WIMRC 3rd International Cavitation Forum 2011, Vorikas Universitātē Koventrijā, Lielbritānijā.

4.3. Mīkstu materiālu matemātiskie modeļi un to verifikācija (Cēbers)

Sagatavots un nolasīts ielūgtais referāts Moscow International Symposium on Magnetism: A.Cēbers, M.Belovs. Dipolar colloids in ac magnetic field. Moscow International Symposium on Magnetism. P.866-867,2011.

Sagatavots un nolasīts ielūgtais referāts 8th International pamir Conference on Fundammental and Applied MHD:

A.Cebers, M.Belovs. Synchronization phenomena in dipolar systems. 8th international pamir Conference on Fundamental and applied MHD., Borgo, France e, P.939-943, 2011

Nolasīts referāts GAMAS skolā (Korsika,Francija) Magnetic field driven microengines and micromixers.

Prezentēti referāti 8th International pamir Conference on Fundammental and Applied MHD:

O.Petrichenko, G.Bealle, C.Menager, A.Cebers, R.Perzynsky, A.Plotniece, V.Ose. Synthesis of magnetoliposomes and studies of their properties. Synchronization phenomena in dipolar systems. 8th international pamir Conference on Fundamental and applied MHD., Borgo, France,P.1015-1019, 2011.

K.Erglis, O.Petrichenko, A.Cēbers. investigation of magnetic microconvection with PIV method. 8th international pamir Conference on Fundamental and applied MHD., Borgo, France, P.1021-1025, 2011.

E.Wandersman, J.Gomes, E.Dubois, A.Cebers, A.Robert, R.Perzynski. Under-field structure of magnetic fluids with tunable interparticle interaction. 8th international pamir Conference on Fundamental and applied MHD., Borgo, France, P.1027-1031,2011.

Atskaites periodā publicēti darbi

M.Belovs, A.Cēbers. Synchronization of magnetic dipoles rotation in an ac magnetic field. J.Phys.A: Math.Theor.Phys., 2011, 44,295101

E.M.Huisman, Qi Wen Yu-Hsiu Wang, K.Cruz, G.Kitenbergs, K.Ērglis, A.Zeltins, A.Cēbers, and P.A.Janmey. Gelation of semiflexible polyelectrolytes by multivalent counterions. Soft Matter – 2011, v.7,7257-7261.

Pēdejais raksts iekļauts 3 interesantāko dotā sējuma rakstu skaitā ar brīvpieeju visiem lasītājiem.

4.4. Matemātisko modeļu skaitliskai risināšanai nepieciešamo skaitlisko metožu attīstība un kvalitatīva izpēte

4.4.1. Klasisku matemātiskās fizikas metožu netradicionāla izmantošana matemātiskajā modelēšanā

Aplūkots uzdevums sfēriskajā koordinātu sistēmā par lodīti (rādiuss $r=R$), kurai iekšā – centrā ir cita – daudz mazāka lodīte, $r=r_0$, $R>r_0$ (šāds modelis tiek izmantots eksperimentos, lai noteiktu temperatūras izmaiņas – centrā tad ir elektrods. Ir atšķirīgas materiālu īpašības).Izmantota konservatīvās viduvēšanas metode, lai problēmu pārveidotu. Tiek izmantoti saistības nosacījumi uz saskaršanās virsmas. Veicot analītiskus pārveidojumus un izmantojot robežnosacījumus, tiek iegūta jauna problēma ar netradicionāliem robežnosacījumiem (tajos ir atvasinājums pēc laika).Ir iespējams aplūkot dažādus variantus – aplūkoju parabolisko siltumvadīšanas modeli iekšējā lodītē un hiperbolisko modeli ārējā lodē vienas dimensijas gadījumā.

Notieka darbs pie raksta “Several Intensive Steel Quenching Models for Rectangular and Spherical Samples”, autori – Margarita Buiķe, Andris Buiķis un Sanda Blomkalna. Rakstā aplūkoti trīsdimensiju un vienas dimensijas intensīvās siltumvadīšanas matemātiskie modeļi. Analītiskais atrisinājums iegūstams ar Grīna funkcijas palīdzību, aproksimēto atrisinājumu iegūšanai izmantota konservatīvās viduvēšanas metode. Raksts iesniegts WSEAS International Conference on HEAT TRANSFER, THERMAL ENGINEERING and ENVIRONMENT – publicēšanai.

Tika strādāts ar inverso problēmu (THS metodes) divu formulējumu:

- pirmā formulējuma trīs dimensiju gadījumā (kad starp plāksnīti un materiālu ir ēļļas kārtā, doti robežnosacījumi uz bezgalības(materiālam)) reducēšana ar konservatīvo viduvēšanas metodi (pieņemot izolācijas nosacījumu uz materiāla robežas) un divu dimensiju problēmu un paaugstinot temperatūru y virzienā izmantojot konservatīvo viduvēšanu reducēšana uz vienu dimensiju;
- trešā formulējuma trīs dimensiju gadījumā (starp plāksnīti un materiālu nav ēļļas kārtas) reducēšana ar konservatīvo viduvēšanas metodi (pieņemot izolācijas nosacījumu uz materiāla robežas) un divu dimensiju problēmu un paaugstinot temperatūru y virzienā izmantojot konservatīvo viduvēšanu reducēšana uz vienu dimensiju;

Dalība WSEAS International Conference on HEAT TRANSFER, THERMAL ENGINEERING and ENVIRONMENT ar referātiem“Several Intensive Steel Quenching Models for Rectangular and Spherical Samples” un „Analytical Solution of a Two-dimensional Double-fin Assembly”

4.4.2. Efektīvāku skaitlisko metožu izstrāde diferenciālvienādojumu problēmām ar atšķirīgu kārtu koeficientiem pie atvasinājumiem

Noformēts un nolasīts referāts kopā ar doktorantu A.Gedroicu, I. Kangro u.c. par kūdras matemātisko modelēšanu reģionālai konferencei Rēzeknē 2011.g. 20.-22. jūn.” The mathematical modelling of Ca and Fe distribution in peat layer”.

Kopā ar A.Gedroicu veikti papildus aprēķini siltuma vadīšanas un viļņu vienādojumiem ar periodiskiem nosacījumiem uz kuru bāzes tiek formēts raksts starpt. rakstu krājumā “Mathematical modelling and analysis” (Viļņā), par kuru tika referēts 16. starpt. konferencē MMA-2011 2011.g. 25.maijā „Higher order finite difference Schemes for periodical boundary conditios”. Kopā ar prof. A.Cēberu koriģēti aprēķini feromagnētiskam liektam stienim atkarībā no liekuma uz kuru bāzes tiek formēts raksts starpt. rakstu krājumā “Mathematical modelling and analysis” (Viļņā), par kuru tika referēts 16. starpt. konferencē MMA-2011 2011.g.27.maijā „Intrinsic curve dynamics of magnetic filaments”. Kopā ar prof. A. Reinfeldu, J. Cepīti u. c. tiek formēts raksts starpt. rakstu krājumā “Mathematical modelling and analysis” (Viļņā), par kuru tika referēts 16. starpt. konferencē MMA-2011 2011.g.27.maijā „Numerical eksperiments of single mode gyatron equations”. Tika sagatavots 5 autoru pārskata raksts par žirotrona matemātisko modelēšanu „Analysis of Equations Arising in Gyrotron Theory, (autori J.Cepitis, O. Dumbrajs, H.Kalis, A. Reinfelds, U. Strautins) nodots publicēšanai žurnālā „J. of Nonlinear Analysis: Modelling and Control, Vilnius, IMI”. Kopā ar maģistru S. Rogovu publicēts raksts „Finite difference schemes with exact spectrum for solving differential equations with boundary conditions of the first kind”, Int.J. of Pure and Applied Mathematics, vol.71, No 1, 2011, 159-172

4.4.3. Sarežģītu siltuma apmaiņas procesu matemātiskā analīze, modelēšana un optimizācija

Pētīts iteratīvs process eliptiskam vienādojumam ar nelineāriem un nelokāliem nosacījumiem uz apgabala robežas, kas apraksta siltuma pārnesi siltumvadīšanas ceļā dotajā ķermenī un radiatīvā ceļā apkārtējā vidē.

Iteratīvais process sastāv no diviem cikliem—iekšējā, kas risina lineāru vienādojumu ar lineāriem nelokāliem robežnosacījumiem, un ārējā, kas risina pamatvienādojumu ar nelinearitāti robežnosacījumos.

Izmantojot agrāk iegūtos rezultātus par iekšējā cikla konverģenci un specifiskus novērtējumus telpās L_p , $1 \leq p \leq 5$, uz apgabala robežas, parādīts, ka piedāvātais ārējā cikla iteratīvais process konverģē analogi kā iteratīvs process saspiedošam operatoram.

Strādāts pie publikācijas „Strictly convergent algorithm for an elliptic equation with nonlocal and nonlinear boundary conditions”—ievada nodaļas rakstīšana un skaitlisko eksperimentu datu apkopošana. Publikāciju ir paredzēts iesniegt publicēšanai žurnāla „Mathematical Modelling and Analysis” speciālizdevumā, kas tiks izdots kā 2011. gada maijā notikušās konferences MMA2011 izvēlētu referātu apkopojums.

Veikta jaunākās OpenFOAM programmatūras (v 2.0.0) instalēšana un esošo programmatūras moduļu adaptēšana darbam ar to.

4.5. Pētījumu izvēršana matemātikas lietojumiem nozīmīgos diferenciāļu vienādojumos

Projekta ietvaros iegūtie rezultāti par impulsīvo vienādojumu („laika skalas” vienādojumu speciālais gadījums) vienkāršošanu, sadalīšanu, linearizāciju, ka arī par šo vienādojumu atrisinājuma stabilitāti nolasīti 3 referāti:

1. 23. Starptautiska konference „Differential Equations and Related Topics”, Maskava (Krievija), 29. maijs – 4. jūnijs. Referāts „Reduction principle in the theory of stability of impulsive equations”;
2. Starptautiska konference „Differential & Difference Equations and Applications”, 4. – 8. jūlijs, Ponta Delgada (Portugāle). Referāts „Decoupling and simplification of impulsive differential systems”;
3. Starptautiska konference „Differential Equations EQUADIFF 2011”, Loughborough (Lielbritānija), 1. – 5. augusts. Referāts „Theorem of reduction in the theory of stability of impulsive systems”.

Kopā ar CFI fiziķi O.Dumbraju uzrakstīts pārskata raksts par atomfizikā aktuālo žirotronu vienādojumu sistēmas kvalitatīvo un skaitlisko izpēti „Analysis of equations arising in gyrotron theory”. Raksts iesniegts publicēšanai ISI žurnālā „Nonlinear Analysis: Modelling and Control”. Līdzautori – J. Cepītis, H.Kalis un U.Strautiņš

4.6. Daudzvērtīgu matemātisko struktūru un kriptogrāfisko metožu lietošana matemātiskajā modelēšanā

4.6.1. Daudzvērtīgas matemātiskas struktūras un to lietojumi procesu modelēšanā

Sagatavots referāts ”M-approximate systems – a unified approach to topology, fuzzy sets and rough sets”. A. Šostaks uzstājās ar šo referātu starptautiskā konference ICTA-2011 ”International Conference on Topology and Applications”, kura notika no 3. līdz 11. jūlijam Islamabadā (Pakistānā).

Tiek gatavots raksts ”Towards the theory of M-approximate systems: the case of the variable range” (autors A.Šostaks). Raksts tiks iesniegts publicēšanai konferences ICTA-2011 materiālos (Proceedings).

Tika attīstīta metode aproksimāciju kļūdu pētīšanai nestriktās kopās. Šim nolūkam uz L-vērtīgā integrāļa pamata ir attīstīts nestriktas normas jēdziens, kuru pielieto aproksimācijas kļūdas aprakstam. Metodes ilustrācijai veikti skaitliskie eksperimenti un to rezultātu analīze. Rezultāti 2011. gada jūlijā tika prezentēti divās konferencēs ar rakstu publikācijām konferenču materiālos (Proceedings): AGOP 2011 (the [6th International Summer School on Aggregation Operators](#)) – notika Benevento, Itālijā, un EUSFLAT 2011 (the 7th conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology) – notika Francijas pilsētā Aix-Les-Bains (S. Asmuss ar līdzautoriem).

Studēta literatūra par bornoloģiskām telpām un par nestriktām metriskām telpām. Ppētīta nestriktu metrisku telpu bornoloģiskā struktūra. Sagatavots materiāls par L-bornoloģiskām telpām. Uz šo materiāla pamata tiek izstrādāts referāts ar kuru I. Uljane uzstāsies seminārā Tartu universitātē 2011. gada oktobra beigās.

4.6.2. Efektīvu plūsmas šifru un kriptogrāfiski noturīgu pseidogadījuma skaitļu ģeneratoru konstrukcija

Vienpusēji bezgalīgi vārdi (ω -vārdi) ir dabīgs galīgu vārdu vispārinājums. Tāpat kā ģeometrijā lieto taisnes jēdzienu, kaut realitātē neviens šāda tipa bezgalīgu objektu nav redzējis, tā arī vārdu kombinatorikā izmanto bezgalīgus vārdus. Pateicoties šai koncepcijai teorija iegūst pārskatāmāku raksturu. Tas viss rada auglīgu augsni pētījumiem, kas saistīti arī ar lietojumiem, piemēram, kriptogrāfijā.

Coppersmith ar līdzstrādniekiem 1993. gadā [L1] ieviesa tā saukto filtrāciju pseidogadījumskaitļu ģenerēšanai. Šai gadījumā viens periodisks vārds tiek filtrēts ar citu periodisku vārdu. Rezultāts atkal ir periodisks vārds, taču pamatideja balstās uz to, ka jauno vārdu kriptanalītiķim ir grūtāk atrast. Šobrīd šī pieeja uzskatāma par vienu no perspetīvākajām un drošākajām simetrisko šifru konstruēšanā.

Mūsu pētījumu pamatideja – kā varētu aizstāt periodisku vārdu ar neperiodisku, lai iegūtu pēc filtrācijas neperiodisku vārdu, ko varētu izmantot par šifru simetriskā kriptogrāfijā.

Šai nolūkā tika apskatītas diferenciālas (differential) virknes, gandrīz periodiskas virknes pēc atlikumiem (residually ultimate periodic sequences), gandrīz periodiskas virknes pēc moduļa, periodiskas virknes pēc sliekšņa (ultimate periodic threshold), diferenciālas gandrīz periodiskas virknes pēc atlikumiem.

Visbeidzot mēs apstājāmies pie galīgi ģenerētiem biideāliem. Iegūti pirmie rezultāti, kas demonstrē, kādos gadījumos filtrācija ir aperiodiska. Vēl vairāk, parādīts, ka katram netriviālam periodiskam vārdam eksistē bezgala daudzi galīgi ģenerēti biideāli, kas kā filtri dod neperiodiskus vārdus.

[L1] **D. Coppersmith, H. Krawczyk, and Y. Mansour**, The shrinking generator, in Proceedings of the 13th Annual International Cryptology Conference on Advances in Cryptology, ser. CRYPTO '93. London, UK: Springer-Verlag, 1994, pp. 22–39

4.7. Pētījumi modernajā elementārajā matemātikā

Darba grupas galvenais darbs tiek vērsts uz skolēnu pētniecisko prasmju un iemaņu attīstīšanu, kā arī jauniešu intereses veicināšanu par eksaktajām zinātnēm. Šī mērķa sasniegšanai tiek rīkotas dažādas aktivitātes, kuru organizēšanā un vadīšanā ir iesaistīti projekta darba grupas dalībnieki.

1) *Neklātienes nodarbības vidusskolēniem* (NNV) ir tālmācības kurss vidusskolēniem par atsevišķām matemātikas tēmām, kas skolā netiek pietiekami plaši aplūkotas. Pārskata periodā tika veikti sagatavošanās darbi jaunajam mācību gadam – tika izstrādāti un uzlaboti materiāli un uzdevumi par tēmām „Invariantu metode” un „Kārtošanas metodes”. Invarianta jēdziens ir nozīmīgs ne tikai matemātikā, bet arī citās zinātnēs, tāpēc ir svarīgi attīstīt jauniešu iemaņas meklēt uz saskatīt parādībās un procesos nemainīgās, pastāvīgās iezīmes. (M. Avotiņa)

2) Neklātienes konkursi pamatskolēniem „Jauno matemātiķu konkurss” un „Profesora Cipariņa klubs”, kas laika gaitā ir iemantojuši gan 4.-9. klašu skolēnu, gan viņu skolotāju uzticību, jau kopš jaunākā skolas vecuma piedāvā skolēniem netradicionālus, uz pētniecisku darbību rosinošus uzdevumus. Apskatāmajā pārskata periodā tika izstrādāti uzdevumi jaunajam mācību gadam. (D. Bonka)

Lai varētu veikt kvantitatīvus pētījumus par darba grupas realizēto pasākumu ietekmi uz skolēnu sasniegumiem ilgtermiņā, tika veikts darbs pie LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skolas skolēnu matemātisko sasniegumu datubāzes izstrādes un pilnveidošanas. (J.Baradaks)

Nozīmīga loma jebkurā izglītības procesā ir dažādiem mācību un atbalsta materiāliem. LU A.Liepas NMS ik gadu izdot vairākus mācību palīglīdzekļus skolēniem un skolotājiem. Pārskata periodā tika veikts darbs pie jaunu grāmatu izstrādes. (M.Avotiņa, D.Bonka).