

4. aktivitātes – „Tematiska pētnieciskā darbība” starp rezultātu apkopojums par paveikto periodā no 01.09.2011.-30.11.2011.

Pārskata periodā no 01.09.2011. līdz 30.11.2011. darbu projektā turpināja izveidotā jauno pētnieku grupa 46 darbinieku sastāvā. Grupā bija iesaistīti 23 matemātiķi un 23 fiziķi, no tiem bakalauranti 1, maģistranti 5, doktoranti 11 un jaunie doktori 4. Atbilstoši projekta aktivitāšu plānojumam tika sagatavota atskaite par matemātisko problēmu risinājumiem, kuras bija noformulējuši fiziķi kā aktuālas matemātiskas problēmas, kuru risinājumi ir nepieciešami fizikālo procesu matemātiskajā modelēšanā. Atskaite iesniegta Latvijas Universitātes Zinātnes padomē apstiprināšanai. Perioda laikā uzsākts darbs pie precizētu modeļu un efektīvu risināšanas metožu nodošanas fiziķiem un to pārbaude. Jauno pētnieku grupas zinātnisko vadību nodrošināja pieredzējušie Fizikas un matemātikas fakultātes mācītāji.

Tālāk atskaitē seko sasniegto rezultātu izklāsts atbilstoši pētnieciskajām aktivitātēm.

4.1. Atomāro un molekulāro procesu matemātiskā modelēšana

4.1.1. Atomu un molekulu koherenta mijiedarbība ar lāzera starojumu

1. Sagatavota un iesniegta publicēšanai žurnālā *Physical Review A* zinātniskā publikācija “*Conversion of bright magneto-optical resonances into dark for D₂ excitation of atomic rubidium at fixed laser frequency*”. Publikācijā apkopoti svarīgākie rezultāti par rubīdija atomu D₂ ierosmē novērojamo gaišo magneto optisko rezonansu atkarību no ierosmes jaudas blīvuma un temperatūras. Kvanta ietvaros tika veikta teorētiskā modeļa izstrāde un izmantošana eksperimentālo rezultātu kvantitatīvam aprakstam
2. Sagatavota un iesniegta publicēšanai žurnālā *Physical Review A* zinātniskā publikācija “*Nonlinear magneto-optical resonances for systems with J ~ 100 observed in K₂ molecules*”, kurā apkopoti rezultāti par K₂ molekulārajā ierosmē novērojamo magneto optisko rezonansu izpēti, kvanta ietvaros tika izveidots teorētiskais modelis, kas ietver liela izmēra daļēji aizpildītu matricu diagonalizēšanu, meklējot kvantu blīvuma matricu dinamikas vienādojumu stacionāro atrisinājumu. Par iesniegto publikāciju ir saņemta kopumā pozitīva recenzenta atsauksme un sagaidāms, ka, pēc ieteikto izmaiņu veikšanas, manuskripts tiks pieņemts publicēšanai.
3. Tiek turpināts darbs pie no nulles atšķirīgā magnētiskajā laukā atomāru rubīdija tvaiku D₂ ierosmē novērojamas līmeņu krustošanās rezonansu teorētiskās modelēšanas, sadarbībā ar eksperimentālo grupu, plānojot optimālos eksperimenta apstākļus. Par jau iegūtajiem rezultātiem ir sagatavots stenda referāts “*Non-zero magnetic field level-crossing spectroscopy at D₂ excitation of atomic rubidium*”, kas decembra sākumā tiks prezentēts starptautiskā zinātniskā konferencē “*V 'Rio de la Plata' Workshop on Laser Dynamics and Nonlinear Photonics*” Urugvajā.

4.1.2. Divatomu molekulu Furjē transformācijas spektroskopija un struktūras noteikšana

1. Tika veikti atkārtoti Furjē spektru mērījumi RbCs molekulā B¹Σ⁺ -- X¹Σ⁺ joslā ar mērķi papildināt datu klāstu zemākajos B¹Σ⁺ stāvokļa svārstību līmeņos.
2. Tika turpināti eksperimenti, lai iegūtu augstas izšķiršanas spektrus RbCs molekulas (4)¹Σ⁺ -- X¹Σ⁺ pārejā. Šī pētījuma mērķis ir papildināt precīzo datu klāstu par (4)¹Σ⁺ stāvokli un iegūt precīzu potenciālās enerģijas līkni;

3. Novembra mēnesī tika turpināts pētījumu cikls ar mērķi detalizēti izpētīt KCs molekulas pamatstāvokļa potenciālās enerģijas līknes formu pie ļoti lieliem starpkodolu attālumiem. Analīze parādīja, ka, lai sasniegtu visaugstākos svārstību līmeņus (vislielākos starpkodolu attālumus) $X^1 \Sigma^+$ stāvoklī, ir jāierosina 44. svārstību līmenis $E(4)^1 \Sigma^+$ stāvoklī. Eksperimentos ar vienmodas krāsvielu lāzeri tika ierosināts $E(4)^1 \Sigma^+$ stāvoklis un tika reģistrētas LIF progresijas $E(4)^1 \Sigma^+ - X^1 \Sigma^+$ joslā. Lai iegūtu ļoti augstas kvalitātes spektrus, t.i., lai reģistrētu ļoti vājas līnijas, detektēšanā tika pielietoti šaurjoslas interferences filtri, kā arī stipri palielināts mērīšanas laiks. Virknē gadījumu katra spektra iegūšana prasīja apmēram 10 stundu mērījumus. Šajā mērījumu sesijā ir uzņemti spektri dažādiem rotācijas līmeņiem J'' no 5 – 24. Ir iegūti eksperimentāli dati pie rekordliela starpkodola attāluma (apmēram $20A^\circ$) apgabalā, kurā singleta un tripleta stāvokļu mijiedarbība zaudē lokālo raksturu un precīza potenciāla iegūšanai jāpielieto saistīto stāvokļu potenciālo līkņu konstruēšana modelī, kas izmanto deperturbācijas. Datu analīze turpinās.
4. Septembra sākumā O. Nikolajeva un M. Tamanis piedalījās konferencē HRMS2011 (Dijon, France), kurā ziņoja par projekta ietvaros veiktajiem pētījumiem (3 stenda referāti, skat. Publikāciju sarakstu).
5. Tika iesniegts raksts žurnālā *Journal of Chemical Physics* par pirmo reizi izpētīto $B^1 \square \square$ stāvokli KCs molekulā.

4.1.3. Ridberga kvantu stāvokļu lāzeru manipulācija

Eksperimentālais darbs.

Veikta riņķveida krāsvielu lāzeru un molekulāro virsskaņas kūļu iekārtas tehniskā uzturēšana, nodrošinot ar nātriju pildītās krāsvielas atrašanos pazemināta spiediena apstākļos ($\sim 10^{-1}$ mmHg). Molekulāro virsskaņas kūļu iekārta tikusi sagatavota eksperimentālo spektrālīnijas šķērsensiskā Doplera profila mērījumu veikšanai.

Veikti uzlabojumi krāsvielu lāzera frekvences ilgtermiņa stabilizācijas iekārtas optiskajā shēmā, kā arī veikta nepieciešamās programmatūras izstrāde lāzera frekvences skenēšanai ar datora palīdzību.

Veikta iepazīšanās ar literatūras avotiem par modulācijas spektroskopijas metodēm, kas ļauj iegūt absorbcijas spektrālīnijas profila pirmo un augstāku kārtu atvasinājumus¹. Šī metodika ir nozīmīga, veidojot krāsvielu lāzera stabilizācijas shēmu ar Na tvaiku šūnu.

Veikta bojājumu diagnostika lāzera Toptica TA-SHG 110 optiskajā shēmā, kā arī novērtētas iespējas un nepieciešamie resursi bojājumu novēršanai.

Teorētiskais darbs.

Veikta sadarbība ar LU FMF lektoru V. Kaščejevu, gatavojot zinātniskā raksta manuskriptu par tēmu „Ar lāzera lauku ietērpto stāvokļu supersīkstruktūra”.

Veikta iepazīšanās ar metodi divu daudzkārt deģenerētu līmeņu ierosmes shēmas redukcijai uz neatkarīgām divu stāvokļu sistēmām vispārīgas gaismas polarizācijas gadījumā².

Veikta iepazīšanās ar matemātiskajām metodēm Eilera rotāciju veikšanai kvantu sistēmās un to ietekmes uz kvantu stāvokļu matemātisko aprakstu aprēķināšanai ar Vīgnera D matricu palīdzību. Iepriekšējos aprēķinos iegūtās izteiksmes papildinātas, paredzot iespēju aprēķināt elektriskā lauka komponentu fāzu nobīdes ietekmi uz kvantu sistēmu aprakstošās Hamiltona matricas elementu vērtībām.

Izveidotas datorprogrammas dažādu polarizāciju elektromagnētisko viļņu elektriskās komponentes vizualizācijai, kā arī atoma un elektromagnētiskā starojuma mijiedarbību aprakstošās Hamiltona matricas aprēķināšanai un tās analīzei atbilstoši J. R. Morris un B. W. Shore izveidotajai metodei².

[1] Demtröder W., *Laser spectroscopy: Experimental techniques*, Springer, 2008;

[2] Morris J. R. And Shore B. W., Phys. Rev. A 27, 906–912 (1983)

4.2. Tehnoloģisko procesu matemātiskā modelēšana

4.2.1. Siltuma un vielas apmaiņas procesu elektromagnētiskā vadība stiklveida materiālu kausējumos, ievērojot procesu nelineāro mijiedarbību un starojuma siltuma apmaiņu

1. Izveidots datormodelis indukcijas kanālkrāsnij ar divu atšķirīgu formu izgulsnējumiem kanāla kakla daļā virs induktora. Veikta šī modeļa diskretizācija, elektromagnētisko un turbulentās plūsmas aprēķinu sērija ar divparametru k-w SST turbulences modeli. Iegūto rezultātu analīze parādīja būtiskas atšķirības strāvu sadalījumā kakla zonā un kanālā inducētajā jaudā. Sagatavoti dati otrā aprēķinu etapa ar lielo virpuļu modeli (LES) veikšanai trīs atšķirīgās ģeometrijas – bez izgulsnējumiem un ar divām atšķirīgām izgulsnējumu formām.
2. Izmantojot izveidoto datormodeli indukcijas kanālkrāsnij ar izmainītu (par 90° grādiem pagrieztu) magnētiskā ekrāna novietojumu attiecībā pret sākotnējo bāzes modeli, veikti ilgtermiņa turbulentās plūsmas aprēķini ar lielo virpuļu modelēšanas (LES) metodi. Iegūto rezultātu analīze parādīja būtiskas atšķirības temperatūras sadalījumā pa kanāla garumu, nozīmīgu maksimālās temperatūras samazināšanos un atšķirīgu procesa dinamiku laikā.
3. Ar izveidoto datormodeli heterogēnam kompozītam ar mikroskopisku porozitāti un makroskopiskiem dobumiem, veikti siltuma caurlaidības aprēķini ievērojot siltuma vadīšanu, termisko konvekciju, starojuma siltuma pārnesi dobumos un mitruma ietekmi. Analīze parādīja ļoti būtisku siltuma caurlaidības pieaugumu, pieaugot mitruma koncentrācijai materiālā.
4. Veikta dažādu 2 parametru turbulences modeļu un lielo virpuļu modelēšanas (LES) rezultātu salīdzināšana, dažāda izmēra režģiem un dažādām shēmām, par pamatu ņemot elektromagnētiski ierosinātu recirkulatīvu turbulenti plūsmu cilindriskā tilpumā (indukcijas tīģeļkrāsns laboratorijas modelī), kurai pieejami kvalitatīvi eksperimentālie dati. Rezultāti parādīja būtiskas k-w SST turbulences modeļa priekšrocības veicot aprēķinus pat uz relatīvi rupja režģa, kā arī to, ka LES modelis nav lietojams 2D nostādņē.
5. Nolasīti 2 referāti zinātniskā konferencē Borgo, publicēti 2 referātu pilnie teksti un sagatavoti 2 referātu pieteikumi LU zinātniskajai konferencē.

4.2.2. Silīcija monokristālu izdusiālās audzēšanas matemātiskā modelēšana

Atskaites periodā tika strādāts pie temperatūras lauka kristālā trīskāršā punkta tuvumā analītiska novērtējuma izveduma (A. Muižnieks). Šie rezultāti tika salīdzināti un analizēti ar FEM skaitliskiem aprēķiniem, izmantojot programmu *FZone*. Tika turpinātas literatūras studijas par trīskāršā punkta apkārtnes kinētisku aprakstu (Voronkov u.c.). Tika izveidots modelis inducētām strāvām vairākkārtsakarīgam vadošam apgabalam augstu frekvenču

gadījumā. tika veikti testa aprēķini vairākkārtsakarīgam vadošam apgabalam. Tika veikta kristalizācijas frontes ieliekuma atkarības no procesa parametriem analīze, tika veikts salīdzinājums ar skaitliskiem rezultātiem. Tika uzsākta argona plūsmas FZ sistēmā matemātiskā modeļa definēšana, izmantojot atvērtā koda paketi *OpenFOAM*. Lai iegūtu papildu zināšanas par paketes *OpenFOAM* lietošanu tika ņemta dalība seminārā „*Multiphysical Modelling in OpenFOAM*”, Rīgā, LU, 2011.g. oktobrī. Tika veikta aprēķinu rezultātu argona plūsmai FZ sistēmā analīze. Komandējumā laikā no 28. novembra līdz 2. decembrim Vācijas firmā *Siltronic AG* tika iegūti eksperimentālie dati par silīcija kristālu augšanas režīmiem

Tika veikts darbs pie siltumpārnes procesu modelēšanas industriālās Si kristālu audzēšanas iekārtām ar atvērtā koda programmu bibliotēku *OpenFOAM*, pie kam specifiska *OpenFOAM* programmu pakete tika pielāgota temperatūras lauka modelēšanai kausējumā (A. Krauze). Tika uzprogrammēts vienkāršots robežnosacījums siltuma zudumu modelēšanai starojuma dēļ. Veikta aprēķinu sērija, kurā pētīts kausējumam pievadītās jaudas iespaids uz temperatūras gradientiem silīcija kausējumā. Paralēli tika uzprogrammēts periodiski mainīgs otrā veida robežnosacījums ar *OpenFOAM* programmu paketi. No 3. septembra līdz 10. septembrim A. Krauze piedalījās starptautiskā zinātniskā konferencē PAMIR 2011, Borgo, Francijā, kur projekta vajadzībām kontaktējās ar zinātniekiem, kas veic analogiski darbu ar *OpenFOAM*, tai skaitā, lai modelētu kristālu augšanas procesus.

Tika veikti fāzu robežu aprēķini 4, 6 un 8 collu (kristālu diametrs) silīcija monokristālu audzēšanas ar peldošās zonas metodi sistēmām (*floating zone* – FZ), izmantojot programmu *FZone* (K. Janisels, V. Suškovs). Augstfrekvences EM lauka aprēķinos tika ņemta vērā induktora 3D ģeometrija. Tika veikta studija, kurā tika pētīta kristāla koniskās daļas ietekme uz fāzu robežu formu. Katrai sistēmai tika aprēķinātas trīs dažādas kristāla ģeometrijas; taisns cilindrs, koniskas formas kristāls un gadījums, kad cilindriskā daļa pāriet koniskā daļā 15mm zem ETP līnijas. Dažādo kristālu ģeometriju ietekme tik analizēta visiem aplūkotajiem kristālu diametriem. Tika parādīta nemonotona kristalizācijas frontes dziļuma atkarība no kristāla garuma. Tika analizēts no kristāla sānu virsmas izstarotās siltuma plūsmas blīvums. Ar specializēta solveri, kas ir veidots uz paketes *OpenFOAM* bāzes tika veikti 3D hidrodinamiskie aprēķini silīcija kausējumā FZ procesā, tika veikta to analīze.

4.2.3. Magnetoreoloģisko suspensiju īpašību matemātiskā modelēšana izmantojot kombinētu īpašību aprakstu mikro- un makromērogā

J.Evertovskis, D.Goško, S.Lācis

Pēc literatūras iepazīts multipolu izvīzījums un tā izmantošana magnētiskā potenciāla aprakstīšanai. Izmantojot zinātniskos rakstus, pētītas un gan analītiski, gan skaitliski pārbaudītas formulas sfērisko multipolu momentu "pārbīdei" - multipolu potenciāla atkārtotai izvīzīšanai citā koordinātu sistēmā. Sagatavoti iekšējas lietošanas materiāli par multipolu momentu pārbīdi: no vispārīgām rakstos pieejamajām formulām izvestas formulas pielietošanai apskatāmajos gadījumos.

Iepazīti ātrās multipolu metodes pamatprincipi. Pētīta ātrās multipolu metodes pielietojamība magnētisma uzdevumu risināšanai. Tiek gatavoti iekšējas lietošanas materiāli par multipolu metodes algoritmu un tā realizēšanu.

4.2.4. Termoelektrisko strāvu un magnētiskā lauka mijiedarbības izraisītas šķidra metāla plūsmas izpēte adatveida režģa apkārtnē; akustiskās kavitācijas modelēšana

L.Goldšteins, L.Buligins

Ir izveidots termoelektriskās magnetohidrodinamikas modelis, kas ietver šķidro un cieto fāzi. Modelis realizēts licenzētas komercprogrammatūras vidē (ANSYS Fluent) ar MHD paplašinājumu ietverot C valodā izstrādātas apakšprogrammas. Skaitliskie aprēķini pārbaudīti salīdzinājumā ar analītiskajiem atrisinājumiem vienkāršotās fizikālās situācijās.

Ar izveidotā termoelektriskās magnetohidrodinamikas modeļa, kas ietver šķidro un cieto fāzi palīdzību veikti aprēķini termostrāvu ietekmes novērtēšanai uz kristalizācijas procesiem pastāvīga magnētiskā laukā klātbūtnē. Apskatīta ietekme divu magnētiskā lauka orientāciju gadījumā – kristalizācijas virzienā un perpendikulāri tam. Veikts skaitlisko rezultātu kvalitatīvs salīdzinājums ar eksperimentālajiem datiem.

4.3. Mīkstu materiālu matemātiskie modeļi un to verifikācija (Cēbers)

Iesniegts raksts M.Belovs, A.Cebers „Parametric excitation of bending deformations of rod by periodic twist”

Publicēts A.Cēbers, H.Kalis ‘Intrinsic curve dynamics of magnetic filaments’
Magnetohydrodynamics, v.47, 223 (2011)

Sagatavots galīgais variants rakstam A.Cebers, H.Kalis „The mathematical modelling of an elongated magnetic droplet in a rotating magnetic field”, Mathematical Modelling and Analysis

Sagatavots darba uzmetums rakstam A.Cebers, H.Kalis „Hysteresis phenomena of magnetic droplet in rotating magnetic field”

4.4. Matemātisko modeļu skaitliskai risināšanai nepieciešamo skaitlisko metožu attīstība un kvalitatīva izpēte

4.4.1. Klasisku matemātiskās fizikas metožu netradicionāla izmantošana matemātiskajā modelēšanā

R. Viļums turpinājis veidot dažādu matemātisko modeļu skaitliskā realizāciju ar galīgo tilpumu metodi atvērtā pirmkoda programmā OpenFOAM, kā arī ar konservatīvo viduvēšanas metodi iegūto modeļu realizāciju ar galīgo elementu metodi, izdarot rezultātu salīdzināšanu siltuma modeļiem. Automašīnu drošinātāja matemātisko modeļu skaitliskie aprēķini un savstarpējs salīdzinājums; cilindriskas un paralēlskaldņu ģeometrijas. Drošinātāju elementa matemātiskā modeļa izstrāde un aprēķini tā uzkaršanai un pārdeģšanai, ņemot vērā kušanas latentu enerģiju. Atvērtā pirmkoda programmu paketes „OpenFOAM” mācību aprakstu veidošana latviešu valodā. No

temperatūras atkarīgu, laikā mainīgu 3. veida (Robina) robežnosacījumu realizācija programmā OpenFOAM.

S. Blomkalna ir izveidojusi matemātisko modeli lodei lodē. Iegūts pilnais modelis un tas vienkāršots ar konservatīvās viduvēšanas metodi. Šāds modelis ir nozīmīgs, lai aprakstītu intensīvās tērauda rūdīšanas eksperimentus. Jaunais matemātiskais modelis ir ar neklasiskiem robežas nosacījumiem un prasa īpašas metodes tā risināšanai.

M. Buiķe turpinājusi pētījumus sistēmās ar izstieptām virsmām. Siltuma maiņi darba gaitā tiek bojāti un tas pasaulē ik gadu izmaksā miljardiem dolāru. Viena no idejām ir veidot divu slāņu sistēmas (viena riba ievietota otrā ribā). Tās var palīdzēt parastos gadījumos, lai uz virsmas neveidojas mikroorganismi, siltuma maiņus bojājot, vai modernās sistēmās ar nanomateriāliem. Šādās nano sistēmās virsma ar speciālu pārklājumu tiek pārveidota no šķidrums piesaistošas uz šķidrums atgrūdošu un process lielu siltuma plūsmu gadījumā no vienas puses pāriet uz procesu ar vārīšanos. Jaunie matemātiskie modeļi ir pilnīgi jauni pasaulē un tiek šobrīd izstrādāti.

4.4.2. Efektīvāku skaitlisko metožu izstrāde diferenciālvienādojumu problēmām ar atšķirīgu kārtu koeficientiem pie atvasinājumiem

1) kopā ar 2.gada doktorantu A.Gedroicu tika iesniegts raksts starpt. rakstu krājumā “Mathematical modelling and analysis” (Viļņa, Taylor&Francis izdevniecība) „Higher order finite difference schemes for periodical boundary conditios” par jaunu algoritmu izstrādi diferenciālvienādojumiem ar periodiskajiem robežnosacījumiem ,

2) sadarbojoties ar fiziķiem, kopā ar prof. A.Cēberu tika iesniegts un pieņemts publicēšanai raksts „Intrinsic curve dynamics of magnetic filaments ” MHD žurnālam par feromagnētiska liekta stieņa dinamiku atkarībā no liekuma, jo rakstu krājuma “Mathematical modelling and analysis” tematikai tas izrādījās neatbilstošs; šajā krājumā ir pieņemts publicēšanai abu autoru raksts” Mathematical modelling of an elongated magnetic droplet in a rotating magnetic field”, par izstiepta magnētiskā piliena dināmiku; tiek turpināta kustības un historēzes aprēķini feromagnētiskam pilienam,

3) kopā ar prof. A. Reinfeldu, J. Cepīti u . c. tika iesniegts raksts „Numerical eksperiments of single mode gyatron equations ” starpt. rakstu krājumā “Mathematical modelling and analysis” par žiratrona matemātisko modelēšanu; sakarā ar saņemto recenziju tiek veikti papildus teorētiskie novērtējumi,

4) veidojot jauna tipa algoritmus H.Kalis sagatavojis ref. tēzes „The finite difference schemes with exact spectrum for solution some problem of mathematical physics” starpt. konf. „6. int. conf. of finite-difference methods: theory and applications”, Lozenetz (Bulgārija), 15. jūn. -20.jūn. speciālistu novērtēšanai (5. konferencē bija sagatavotas šaurāka rakstura tēzes, kuras referātu noslogojuma dēļ netika pieņemtas),

5) regulāri vismaz reizi mēnesī piedalāmies semināra „Tehnomatemātikas aktuālās problēmas” darbā.

4.4.3. Sarežģītu siltuma apmaiņas procesu matemātiskā analīze, modelēšana un optimizācija

Periodā lielākā uzmanība tika veltīta publikācijai par stingri konverģentu algoritmu vienādojuma par siltuma pārnesei siltuma vadīšanas un radiācijas ceļā tuvinātai risināšanai. Piekrītot recenzentu ierosinājumiem, tika pārstrādāti ievads, sadaļa par modificēto Ņutona metodi (damped Newton method) un sadaļa par ilustratīvo piemēru.

Tālāk attīstot piedāvāto algoritmu tika iesākti pētījumi par:

- 1) nesaites aprēķināšanu (novērtēšanu) linearizētā operatora inversēšanas algoritmā. Šīs procedūras uzlabošanai tika konstruēta modificēta Neimana robežproblēma, kuras risināšana jau ir stipri vienkārša—šai robežproblēmai atbilst koercitīvs lineārs operators.
- 2) pasaules literatūrā esošo informāciju par specifiskiem projekcijas operatoriem, kurus pielieto lineāru vienādojumu ar pilnīgi nepārtrauktiem operatoriem tuvinātai risināšanai.
- 3) pasaules literatūrā esošo informāciju par pozitīviem operatoriem, to pirmo īpašvērtību un idejām, kā to izmantot lineāru vienādojumu risināšanas iteratīvo procesu paātrināšanai.

4.5. Pētījumu izvēršana matemātikas lietojumiem nozīmīgos diferenciāļu vienādojumos

1. Ar projekta ietvaros iegūto rezultātu par impulsīvo vienādojumu („laika skalas” vienādojumu speciālais gadījums) dinamisko ekvivalenci un šo vienādojumu atrisinājuma stabilitāti piedalījās divās starptautiskās konferencēs ar 30 minūšu gariem referātiem:

1. Starptautiskā konference "Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis", Tbilisi, Gruzija 9. – 14. septembris. Referāts: A. Reinfelds, *Dynamical equivalence of impulsive differential systems*".

2. Starptautiskā Gruzijas Matemātikas savienībās konference, Batumi, 15. – 19. septembris. Referāts: A. Reinfelds, *Reduction principle in the theory of stability of impulsive differential systems*".

2. Iesniegts un pieņemts publicēšanai raksts „*Conjugacy of discrete semidynamical systems in the neighbourhood of invariant manifold*” starptautiskā konferenču rakstu krājumā „Springer Proceedings in Mathematics”.

3. Kopā ar J. Cepīti, H. Kali u.c. iesniegts raksts „*Numerical experiments with single mode gyrotron equations*” SCI Expanded žurnālā “Mathematical modelling and analysis” par žiratrona matemātisko modelēšanu un sakarā ar saņemto recenziju tiek veikti papildus teorētiskie novērtējumi.

4.6. Daudzvērtīgu matemātisko struktūru un kriptogrāfisko metožu lietošana matemātiskajā modelēšanā

4.6.1. Daudzvērtīgas matemātiskas struktūras un to lietojumi procesu modelēšanā

„Atomāro un nepārtrauktās vides tehnoloģisko fizikālo procesu modelēšana, matemātisko metožu pilnveide un kvalitatīvā izpēte”, Nr. 2009/0223/IDP/1.1.1.2.0/09/APIA/VIAA/008

Tiek turpināti pētījumi M-aproksimatīvu sistemu jomā. Ir sagatavots raksts "Towards the theory of M-approximate systems: the case of the variable range" (autors A.Šostaks, 27 lps.). 30.novembrī raksts ir iesniegts publicēšanai konferences ICTA-2011 rakstu krājumā, tiks publicēts 2012.g. Speciāli tiek pētītas aproksimatīvas sistēmas, kurus ģenerē transitīvas reflektīvas attiecības bāzes kopā un kuras tika veiksmīgi izmantotas nestriktu raupju kopu teorijā. Par šajā virziena iegūtiem rezultātiem noreferēts starptautiska konferencē „Rough Set Theory” Milānā, Itālijā 13.-17. septembrī (A.Šostaks)

Turpināts darbs L-vērtīgu bornoloģisku struktūru teorijas jomā. Ir izpētītas L-vērtīgu bornoloģisku telpu kategorijas būtiskas īpašības. Izstrādāta konstrukcija, kas ļauj konstruēt L-vertīgas bornoloģijas no „klasisku” bornoloģiju saimē. Īpaša uzmanība tika pieversta L-vertīgu struktūrām, kurus inducē nestriktas metrikas. Par šajā virzienā iegūtiem rezultātiem 24.oktobrī tika referēts seminārā Tartu universitātē (I. Uljane) un sagatavots materiāls, ar kuru plānots uzstāties (I.Uljane, A.Šostaks) starptautiskā konferencē „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākija, 2012.g. 29.janvaris – 3. februārī.

Tika tālāk attīstīta katalog topoloģijas teorija. Šim nolūkam tika uzsākta jauna pieeja pie L-vērtīgiem freimiem, kas tika prezentēta starptautiskajā konferencē septembra sākuma. Uz jaunas teorijas pamata vispārināts sakars starp topoloģiskām telpām un freimiem („sobriety-spatiality equivalence”) LM-topoloģijas gadījumam. Darba rezultātā, tika sagatavots un iesniegts zinātniskais raksts, kā arī uzrakstītas paplašinātas tēzes starptautiskai konferencē „33rd Linz Seminar on Fuzzy Sets”, 2012.g. 14.-18. februārī (S. Solovjovs). No otras puses, tika padziļināti pētīta saikne starp katalog topoloģiskām sistēmām un mīkstām algebrām. Šim nolūkam tika attīstīti L-vērtīgu mīkstu algebru teorijas pamati. Tiek gatavotas tēzes starptautiskai konferencē (S. Solovjovs)

Tika aprakstītas jaunas F-transformācijas (F no angļu valodas „fuzzy”) modifikācijas ņemot par pamatu polinomiālo splainu bāzes funkcijas nestrikto sadalījumu konstruēšanai. Ir atrastas tiešās un inversās modificētu F-transformāciju formulas, kuras ir ilustrētas un aprobētas ar testa piemēriem. Abos gadījumos F-transformācijām ir iegūti aproksimācijas kļūdas novērtējumi. Referāts par iegūtajiem rezultātiem ir pieteikts starptautiskajā konferencē FSTA2012.(S.Asmuss)

Tika turpināti funkciju aproksimācijas kļūdas pētījumi nestriktās kopās. Izmantojot nestrikti vērtīgu integrāli pa nestriktu kopu ir aprakstīta metode kļūdas novērtējumam speciālām funkciju klasēm. Metode ir aprobēta analizējot nestriktajā kopā aproksimācijas ar polinomiem un splainiem funkcijām ar ierobežotu atvasinājumu. (S.Asmuss)

Tika attīstītas matricu spēļu analīzes metodes gadījuma, kad norēķinu matrica satur nestriktus koeficientus. Spēles cenas noteikšanai ir atrasta vairāku mērķu lineārās programmēšanas problēma un aprakstīta tās risināšanas metode. Rezultāti tiks prezentēti starptautiskajā konferencē FSTA2012 (referēs Diāna Dance).

4.6.2. Efektīvu plūsmas šifru un kriptogrāfiski noturīgu pseidogadījuma skaitļu generatoru konstrukcija

Filtrācijas problēma

Apskatītajā laika posmā turpinājām strādāt pie neperiodiskām filtrācijām. Par šo tēmu reprezentēti pētījumi starptautiskā konferencē: 13th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (September 26-29, 2011 Timisoara, Romania <http://synasc11.info.uvt.ro/>)

Turpinājām strādāt pie filtrācijām, īpši pievērsot uzmanību filtrācijām, kas saglabā regularitāti. Šai jomā jau iegūti rezultāti, kas saistīti ar valodām [L1]. Mūsu gadījumā, t.i., filtrācijas ar galīgi ģenerētiem biideāliem nesaglabā regularitāti. Tas ir papildus arguments, kāpēc filtrācijas ar galīgi ģenerētiem biideāliem var būt noderīgas kriptogrāfijā.

Ja kāda filtrācija nesaglabā regularitāti, tad tas nozīmē, ka tā spēj potenciālā nozīmē samērā vienkāršu valodu pārveidot par sarežģītāku.

Morfiski vārdi

Līdzīgi kā Tjūringa mašīnu gadījumā (atbilstība: kopa X reducējama pēc Tjūringa uz kopu Y),

ar morfismiem iespējams aplūkot omega vārda x redukciju uz omega vārdu y . Šī atbilstība omega vārdu kopā definē priekšsakārtojumu. Ņemot vērā morfismu izcilo lomu omega vārdu aprakstā mēs pievērsāmies omega vārdu veidotā daļējā sakārtojuma izpētei. Atzīmējams arī fakts, ka galīgi ģenerēti biideāli arī uzlokājami kā morfiski vārdi. Tā rezultātā pievērsšanās morfisko vārdu izpētei ir dabiska iepriekšējo pētījumu attīstība.

Pirmie pētījumi liecina, ka atbilstošie rezultāti tiešā veidā nav pārnēsami no Tjūringa reducējamības uz reducējamību pēc morfismiem...

Literatūras saraksts:

[L1] Jean Berstel, Luc Boasson, Olivier Carton, Bruno Petazzoni, and Jean-Eric Pin. [Operations preserving regular languages](#). *Theor. Comput. Sci.*, 354(3):405-420, 2006.

4.7. Pētījumi modernajā elementārajā matemātikā

Apakšaktivitātes darba grupas galvenais darbs tiek vērsts uz skolēnu pētniecisko prasmju un iemaņu attīstīšanu, kā arī jauniešu intereses veicināšanu par eksaktajām zinātnēm. Šī mērķa sasniegšanai tiek rīkotas dažādas aktivitātes, kuru organizēšanā un vadīšanā ir iesaistīti projekta darba grupas dalībnieki.

1) *Neklātienes nodarbības vidusskolēniem* (NNV) ir tālmācības kurss vidusskolēniem par atsevišķām matemātikas tēmām, kas skolā netiek pietiekami plaši aplūkotas. Pārskata periodā tika noorganizēta 1. kārtā un izsūtīti 2. kārtas materiāli par tēmām „Invariantu metode” un „Kārtošanas metodes”. Invarianta jēdziens ir nozīmīgs ne tikai matemātikā, bet arī citās zinātnēs, tāpēc ir svarīgi attīstīt jauniešu iemaņas meklēt uz saskatīt parādībās un procesos nemainīgās, pastāvīgās iezīmes. (*M. Avotiņa*)

2) *Neklātienes konkursi pamatskolēniem „Tik vai Cik”, „Jauno matemātiķu konkurss”* un „Profesora Cipariņa klubs”, kas laika gaitā ir iemantojuši gan 4.-9. klašu skolēnu, gan

viņu skolotāju uzticību. Pārskata periodā tika noorganizēta 1. un 2. kārtā katrā konkursā, sagatavot uzdevumu komplekti 3. kārtai. (*D. Bonka*)

3) Matemātikas olimpiādes 5.- 12. klašu skolēniem ir populārākās mācību olimpiādes Latvijā. Papildus valsts matemātikas olimpiādes novadu kārtai un valsts kārtai, tiek rīkotas arī sagatavošanās olimpiāde un atklātā olimpiāde. Pārskata periodā tika sastādīti uzdevumi un izveidoti uzdevumu komplekti sagatavošanās olimpiādei matemātikā 5.-12. klasēm. (*D. Bonka, L. Ramāna*)

4) Lai nestu Latvijas vārdu pasaulē, Latvijas skolēnu komanda piedalās dažādās starptautiskās sacensībās. Pārskata periodā Latvijas skolēnu komanda, kuras atlasē un gatavošanā iesaistījās arī darba grupas cilvēki, piedalījās starptautiskās komandu sacensībās „Baltijas Ceļš 2011”, kur izcīnīja 2. vietu. (*D. Bonka*)

Lai varētu veikt kvantitatīvus pētījumus par darba grupas realizēto pasākumu ietekmi uz skolēnu sasniegumiem ilgtermiņā, tika turpināts darbs pie LU A.Liepas Neklāties matemātikas skolas skolēnu matemātisko sasniegumu datubāzes izstrādes un pilnveidošanas. (*J. Baradaks*)

Nozīmīga loma jebkurā izglītības procesā ir dažādiem mācību un atbalsta materiāliem. LU A.Liepas NMS ik gadu izdot vairākus mācību palīgīdzekļus skolēniem un skolotājiem. Pārskata periodā tika veikts darbs pie jaunu grāmatu izstrādes. (*M. Avotiņa*)