

4. aktivitātes – „Tematiska pētnieciskā darbība” starprezultātu apkopojums par paveikto periodā no 01.06.2012.-31.08.2012.

Pārskata periodā no 01.06.2012. līdz 31.08.2012. darbu projektā turpināja izveidotā jauno pētnieku grupa 44 darbinieku sastāvā. Grupā bija iesaistīti 25 matemātiķi un 19 fiziķi. Atbilstoši projekta aktivitāšu plānojumam tika turpināts darbs pie precizētu modeļu un efektīvu risināšanas metožu nodošanas fiziķiem un to pārbaudes. Jauno pētnieku grupas zinātnisko vadību nodrošināja pieredzējušie Fizikas un matemātikas fakultātes mācību spēki.

Tālāk atskaitē seko sasniegto rezultātu izklāsts atbilstoši pētnieciskajām aktivitātēm.

4.1. Atomāro un molekulāro procesu matemātiskā modelēšana

4.1.1. Atomu un molekulu koherenta mijiedarbība ar lāzera starojumu

Tiek turpināts darbs pie zinātniskās publikācijas “Enhancement of Level-Crossing Resonances by Frequency Control of the Exciting

Radiation Field” manuskripta sagatavošanas. Šajā publikācijā tiek pētīti līmeņu krustošanās signāli pie no nulles atšķirīgām magnētiskā lauka vērtībām atomāra rubīdija ierosmē.

- a) Aprakstītajā laika posmā ir veikta teorētiskā modelēšana, pārbaudot, vai līdz 10^0 lielas nobīdes no ideālās eksperimenta ģeometrijas var ieviest būtiskas izmaiņas rezultātos. Tika secināts, ka šādas novirzes ir pieļaujamas un būtiski neietekmē eksperimenta rezultātus;
- b) Balstoties uz iepriekš iegūtajiem modelēšanas rezultātiem noformulēti papildus veicamie eksperimenti, kuru rezultāti ir nepieciešami publikācijas pabeigšanai.

Tiek veikta skaitliskā modelēšana, pētot platu (līdz 50G) magneto-optisko rezonansu struktūru atomāra rubīdija D_2 līnijas ierosmē, lai identificētu, kā šo struktūru ietekmē pamatstāvokļa un kā – ierosinātā stāvokļa efekti. Modelēšana tiek veikta, skaitliskajā modelī pārmaiņus “izslēdzot” pamata un ierosinātā stāvokļa Hanlē efektu.

Ir izstrādāts vienkāršs teorētiskais modelis spina saspiešanas eksperimentu modelēšanai NaRb molekulu ierosmē. Teorētiskajā modelī tiek aprakstīta molekulu pāreja no telpā orientēta uz telpā novietotu spina stāvokli ārēja elektriskā lauka iedarbības rezultātā, iekļauts arī nepolarizētu molekulu optiskās pumpēšanas uz telpā orientēto spina minimālās nenoteiktības stāvokli. Izveidotais modelis tiks izmantots, lai novērtētu iespējamo spina saspiešanas eksperimentu molekulu ierosmē.

Pētījumu rezultāti (1. un 2.) prezentēti starptautiskās zinātniskās konferencēs EGAS 44, ICAP 2012 un seminārā “1st TLL-Colima Joint Workshop”.

4.1.2. Divatomu molekulu Furjē transformācijas spektroskopija un struktūras noteikšana

Veikta ar molekulas rotāciju inducētās mijiedarbības izpēte un tās modelēšana $B^1\Pi - C^1\Sigma$ stāvokļiem RbCs molekulai, izmantojot perturbāciju centriem atbilstošās enerģijas vērtības,

kā arī esošo datu par stāvokli ekstrapolāciju līdz augstākiem svārstību līmeņiem ν no $\nu = 25$ līdz $\nu = 35$. Modelēšanas rezultāti tiks iekļauti kopējā $B^1\Pi$ stāvokļa apraksta modelī.

Sagatavota eksperimentāla iekārta KRb molekulas $A^1\Sigma^+-b^3\Sigma^-$ elektronisko stāvokļu izpētei, un veiktas vairākas eksperimentu sērijas spektroskopisko datu iegūšanai. Primārā datu analīze ļāva secināt, ka ir iegūti svārstību līmeņi ar zemo kvantu skaitli $\nu = 1$ un $\nu = 2$, kas ir nepieciešams datu identifikācijai un potenciālās līknes iegūšanai.

Veikta eksperimentējās iekārtas sagatavošana un eksperimentu sērija RbCs molekulas A-b kompleksa augstu esošo svārstību līmeņu pētīšanai.

Pabeigta iegūto spektru apstrāde RbCs molekulai pārejā no $4^1\Sigma^+$ uz A-b kompleksu un sagatavots stenda referāts, ar kuru no 22.07.2012. līdz 28.07.2012. ņemta dalība (A. Krūziņš) ICAP 2012 konferencē Parīzē, prezentējot projektā iegūtos rezultātus.

Tika turpināts darbs pie Cs_2 un Rb_2 molekulas $A^1\Sigma^+-b^3\Sigma^-$ stāvokļu kompleksa pētījumiem. Veikts iegūto eksperimentālo un modelēšanas datu salīdzinājums, pārbaude un korekcijas.

Veikta eksperimentālās iekārtas uzlabošana, proti, esošo lāzerdiožu šķirošana un to sistematizācija, izveidojot vienotu datu bāzi turpmāko darbu uzlabošanai, kā arī krāsvielu maiņa krāsvielu lāzeru parametru uzlabošanai.

Turpināts darbs pie d -čaulas atomu (La, Nb, V) supersīkstruktūras (HFS) konstanšu noteikšanas, proti, par La atomārām pārejām infrasarkanajā spektra diapazonā.

4.1.3. Ridberga kvantu stāvokļu lāzeru manipulācija

Sadarbībā ar LU FMF lektoru V. Kaščejevu turpināta ietērpto stāvokļu supersīkstruktūras teorētiska izpēte. Analizēta supersīkstruktūras mijiedarbība starp savstarpēji deģenerētiem ietērtajiem stāvokļiem, kuri veidojas gadījumos, kad polarizācijas faktora p un elektrona pilnā leņķiskā momenta izmaiņas ΔJ reizinājums ir nulle. Izveidots matemātiskais modelis, kas ļauj analītiski aprēķināt ietērpto stāvokļu supersīkstruktūras komponentu enerģiju asimptotas patvaļīgi izvēlētām kodola spina un pamata un ierosinātā stāvokļa elektrona pilnā leņķiskā momenta kvantu skaitļu vērtībām gadījumos, kad uz sistēmu iedarbojas cirkulāri vai lineāri polarizēts lāzera starojums. Analizēta izveidotā ietērpto stāvokļu supersīkstruktūras modeļa pielietojamība kvantu sistēmās, kuru mijiedarbības ar lāzera lauku enerģija ir mazāka par supersīkstruktūras mijiedarbības enerģiju pamatstāvoklī. Analizēta pētījumā pielietotā perturbāciju teorijas 1. tuvinājuma ietekme uz analītiskā modeļa rezultātu atbilstību precīzu skaitlisku aprēķinu rezultātiem. Iegūtas izteiksmes, kas ļauj aprēķināt vērtības atoma kodola enerģijas spektru ietekmējošajam efektīvajam magnētiskā dipola un elektriskā kvadrupola laukiem, kas rodas atoma valences elektronu un lāzera lauka mijiedarbības dēļ.

No 08.07. – 14.07. komandējums ar uzdevumu piedalīties konferencē „EGAS 44” ar stenda referātu „*Hyperfine structure of laser-dressed states*”. Uzstāšanās „*1st TLL-COLIMA Joint Workshop on manipulation of light by matter and matter by light*” 19.07. ar mutisku referātu par tēmu „*Hyperfine structure of laser-dressed states*”.

4.2. Tehnoloģisko procesu matemātiskā modelēšana

4.2.1. Siltuma un vielas apmaiņas procesu elektromagnētiskā vadība stiklveida materiālu kausējumos, ievērojot procesu nelineāro mijiedarbību un starojuma siltuma apmaiņu

Tika turpināta skaitliskā turbulento elektrovadoša kausējuma plūsmu modelēšana izmantojot LES metodi indukcijas kausēšanas krāsnī pie dažādas izgulsņējumu formas un veikta iegūto rezultātu analīze, sagatavojot materiālus referātam zinātniskajā konferencē. Papildus tam iepriekš izveidotajiem jaunajiem modeļiem ar dažādas intensitātes izgulsņējumiem kanāla izejā, to sašaurinot attiecīgi līdz 50% un 25% no sākotnējā laukuma, pēc elektromagnētisko un k-w SST divparametru turbulences modeļa aprēķinu veikšanas tika uzsāks arī nestacionārs aprēķins, lietojot divparametru turbulences modeli, kā arī aprēķini ar lielāku telpas un laika izšķirtspēju lietojot LES turbulences modeli. Šos pētījumus paredzēts pabeigt projekta noslēguma posmā.

Izveidotais modelis elektrovadoša šķidrums virsmas dinamikas elektromagnētiskajā laukā aprēķiniem, ievērojot plūsmas turbulento raksturu, tika pielietots EM levitācijas aprēķinam gadījumā, kad sistēma nav aksiāli simetriska. Iegūtie rezultāti labi saskaņojas ar pieejamajiem eksperimentālajiem datiem horizontāla magnētiskā lauka gadījumā. Izmantojot iegūtos rezultātus sagatavots publikācijas manuskripts žurnālam „Metallurgical and Materials Transactions”, kuru paredzēts projekta noslēguma periodā pabeigt un iesniegt redakcijā.

Sagatavots referāta publicējamais teksts konferencē par cietu daļiņu pārnesei elektrovadoša šķidrums turbulenta plūsmā, ievērojot arī EM spēka iedarbību uz tām. Referāts tiks nolasīts septembrī konferencē Itālijā.

4.2.2. Silīcija monokristālu izdusiālās audzēšanas matemātiskā modelēšana

Projekta ietvaros pārskata laikā ar skaitlisko aprēķinu palīdzību tika turpināta kausējuma kustības un piemaisījumu pārnese silīcija monokristālu audzēšanas ar peldošās zonas metodi procesā pētīšana. Tika uzkrāta pieredze, veicot peldošās zonas formas aprēķinus, kuros kausējuma brīvā virsma tika modelēta trīsdimensionāli, ņemot vērā aksiāli nesimetriskā elektromagnētiskā spiediena, kas rodas skinslānī pie kausējuma brīvās virsmas, ietekmi. Tika pētīta brīvās virsmas diskretizācijas smalkuma ietekme uz aprēķinu rezultātu precizitāti un uz nepieciešamo aprēķinu laiku. Šiem aprēķiniem tika izmantota aktuālā programmas *FZone* versija. Hidrodinamiskie aprēķini tika veikti ar iepriekš izstrādāto programmu *FZsiFOAM*, kas ir izveidota uz atvērtā koda bibliotēkas *OpenFOAM* bāzes. Tā kā darbs ar šo programmu ir ļoti sarežģīts, tika strādāts pie programmas *FZsiFOAM* rokasgrāmatas. Tika sagatavots zinātnisks raksts „*3D numerical modeling of dopant transport in 100 mm Floating Zone silicon single crystal growth process; Comparison with experiments*”. K. Janisels, A. Muiznieks, H. Riemann, R. Menzel. Raksts paredzēts iesniegšanai žurnālam *Journal of Crystal Growth*.

Projekta ietvaros pārskata periodā (jūnijā) tika aizstāvēts bakalaura darbs:

- 1) „Peldošās zonas silīcija monokristālu audzēšanas procesa trīsdimensionālo aspektu matemātiskā modelēšana”, autors Kārlis Janisels, vadītājs Andris Muiznieks.

Projekta ietvaros iegūtie rezultāti pārskata periodā tika prezentēti sekojošā starptautiskā konferencē ar stenda referātu:

Actual state of modeling of FZ silicon single crystal growth process considering 3D molten zone shape. Andrejs Sabanskis, Andris Muiznieks, Armands Krauze, Karlis Janisels. European Conference on Crystal Growth, 17th - 20th June 2012, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, GB.

4.2.3. Magnetoreoloģisko suspensiju īpašību matemātiskā modelēšana izmantojot kombinētu īpašību aprakstu mikro- un makromērogā

S.Lācis [atskaite 2012.05]

Pārskata periodā ir pārstrādāta 3D magnētiskā lauka aprēķinu programmatūra, kas izmanto galīgo elementu metodi (GEM). Programmatūra paredzēta magnētiskās mijiedarbības aprēķiniem patvaļīgām ģeometrijām. Programmatūrai izstrādāts nepieciešamais apraksts.

Tiek pilnveidots darbs pie suspensiju modelēšanas programmatūras, koncentrējoties uz tiešās modelēšanas pieeju periodiskai plūsmas šūnai. Mērķis ir izstrādāt efektīvu programmatūru, kas ļautu modelēt vairākus simtus daļiņu ar pievienotu magnētisko mijiedarbību. Galvenais ierobežojošais faktors daļiņu ģeometriskās formas ievērošana sadursmēs, īpaši sarežģīta ir daļiņu nepārklāšanās nodrošināšana. Te nepieciešamas izstrādāt „salīpušo” klasteru metodiku, kas atsevišķi apstrādā daļiņu klasterus, kur daļiņas ir saspiedušās kopā un neatdalās viena no otras. Šādiem klasteriem tiek veidota atsevišķa aprēķinu metodika. Virsmas potenciālu un tiem atbilstošo atgrūšanās spēku metodika rada prasības pēc maza aprēķinu soļa un būtiski ierobežo modelējamo daļiņu skaitu.

Tiek turpināts darbs pie ātro multipolu robeželementu metodes (fast multipole boundary element method) pielietojuma Stoksa plūsmas ar suspendētām daļiņām aprēķiniem. Ar šīs metodikas palīdzību plānots aprēķināt kompleksā šķidrums efektiuos viskozos spriegumus.

4.2.4. Termoelektrisko strāvu un magnētiskā lauka mijiedarbības izraisītas šķidra metāla plūsmas izpēte adatveida režģa apkārtnē; akustiskās kavitācijas modelēšana

L.Goldšteins

Šajā darba posmā tika veikts būtisks teorētisks darbs centrālās elektromagnētiskā indukcijas sūkņa (CEMIS) strāvu sadalījuma analītiskam novērtējumam. Skaitlisko aprēķinu daļā tika veikti papildus aprēķini ar smalkākiem laika soļiem, lai pēc iespējas precīzāk noteiktu to ietekmi uz atrisinājumu. Mēģinājumi atrisināt uzdevumu kvazistacionāri, izmantojot esošos līdzekļus, ir beigušies neveiksmīgi.

Tika veikta arī elektromagnētiska indukcijas sūkņa (EMIS) ar pastāvīgajiem magnētiem precīza analīze un skaitlisko aprekinu verifikācija darbā ar dažādiem magnētiskajiem Reinoldsa skaitļiem ε un dažādām ģeometrisko izmēru attiecībām a/τ pie caurteces 0 l/s. Kopumā tika veikti 9 nestacionāri aprēķini ar laika soli 0.0001s, 200 iterācijām katrā laika solī, veicot 500 soļus. Šādā aprēķinu laika posmā attīstītais spiediens ir kļuvis praktiski kvazistacionārs. Veicot analītisko un skaitlisko rezultātu salīdzinājumu, tika nozvērotas nelielas atšķirības un novirzes, taču kvalitatīvi atrisinājums vērtējams kā ļoti labs. Režģa smalcināšana noteikti uzlabotu rezultātus. Turpmākajos darbos plānots izveidot pilnīgu reāla kanāla ģeometriju un B lauka uzdodot ar UDF (lietotāja definētajām funkcijām).

4.3. Mīkstu materiālu matemātiskie modeļi un to verifikācija

1. Sekcijā „Fluid-structure interactions in biological systems” nolasīts mutisks referāts „Magnetic field driven microdevices” (aut. Rļivanovičs, A. Cēbers) 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (Beijing, China), kā arī novadīta viena sekcijas sēde.
2. Nolasīts minisimpozija „Emergent dynamics of driven colloids” uzaicinātais referāts „Dipolar systems in AC magnetic fields” XXXII Dynamic Days Europe (Gothenburg, Sweden)
3. Iesniegtas un pieņemtas tēzes 13th International Conference on magnetic fluids (New Delhi, India), „Properties of magnetoliposomes formed by cationic amphiphile” (aut. O. Petrichenko, K. Ērglis, A. Cēbers, A. Plotniece, K. Pajuste, G. Bealle, Ch. Menager, E. Dubois, R. Perzynski)
4. Iesniegtas un pieņemtas tēzes 13th International Conference on magnetic fluids (New Delhi, India) „Normal field instability of miscible fluids” (aut. K. Ērglis, A. Tatulcenkov, G. Kitenbergs, O. Petrichenko, A. Cēbers)
5. Iesniegtas un pieņemtas tēzes 13th International Conference on magnetic fluids (New Delhi, India) „Biomimetic magnetic field driven microdevices” (aut. R. Livanovičs, A. Cēbers)

4.4. Matemātisko modeļu skaitliskai risināšanai nepieciešamo skaitlisko metožu attīstība un kvalitatīva izpēte

4.4.1. Klasisku matemātiskās fizikas metožu netradicionāla izmantošana matemātiskajā modelēšanā

Jau 15 gadus grupa strādā ar sistēmām ar izstieptām virsmām, citiem vārdiem, ar sistēmām, kam ir sieniņa ar pievienotu pietiekami garu ribu vai tapu. Šādas sistēmas spēj izvadīt cauri sieniņai daudz lielāku siltuma plūsmu, nekā vienkārši sieniņa. Pēdējos gados, sakarā ar strauju datoru attīstību un viņu izmēru samazināšanos, siltuma plūsmas intensitāte datoros ir

ļoti pieaugusi. Ir radusies ideja silīcija sistēmu ar izstieptu virsmu nano izmēros pārklāt ar oglekļa fluorīdu C_4F_8 . Radušos divslāņu ribu ar divslāņu sienīņu var ievietot šķidrumā un uz nano virsmas veidot intensīvu vārīšanos, tādejādi būtiski palielinot siltuma atdevi un nepārkarsējot mikročipus. Izstieptas virsmas kā dubultas sienīņas un ribas, apraksta moderno datoru nano dzesēšanas iekārtas ar vārīšanos, tās pēta Dienvidkorejā, prof. Cho H., Yongsei universitātē. Mums ir iegūti jauni matemātiskie modeļi. Iegūti tuvinātie atrisinājumi. Pie šī darba strādā T. Bobinska, M. Buiķe, A. Buiķis.

Vienkāršās sistēmas ar lineāriem un nelineāriem robežnosacījumiem apraksta siltuma apmaiņas sistēmas, kā arī tērauda rūdīšanos sistēmās ar ūdeni, nevis eļļu. Te strādā S. Blomkalna, arī daļēji M. Buiķe, A. Buiķis.

Vairākos praktiskos lietojumos parādās trīskāršas kārtainas sistēmas, pie kam viena no kārtiņām var būt visai plāna. Šādas sistēmas parādās THS sistēmās. Parasti šo problēmu matemātiskie modeļi ir visai vienkāršoti. Tiek formulētas triju dimensiju problēmas un ar konservatīvās viduvēšanas metodi vienkāršotas uz divu dimensiju problēmu ar trijiem vai diviem slāņiem. Šeit strādā M. Buiķe, A. Buiķis.

4.4.2. Efektīvāku skaitlisko metožu izstrāde diferenciālvienādojumu problēmām ar atšķirīgu kārtu koeficientiem pie atvasinājumiem

Dotā periodā tika veikti sekojoši pasākumi:

- 1) kopā ar doktorantu A.Gedroicu izstrādātas un aprobētas jaunas diferenču shēmas lineāriem un nelineāriem viļņu izplatīšanās diferenciālvienādojumiem ar periodiskajiem robežnosacījumiem, sastādīti MATLAB algoritmi,
- 2) sadarbojoties ar fiziķiem, kopā ar prof. A.Cēberu ir nolasīts plenārais referāts 17.starp. konferencē MMA2012 Tallinā „Numerical simulation of a magnetic droplet dynamics in a rotating field”, no 6. līdz 9. jūnijam 2012.g.; veikti aprēķini magnētiskā šķidruma daļiņu histerēzes pētīšanai, tiek formēta publikācija Viļņā MMA žurnālā;
- 3) kopā ar A. Reinfeldu, O.Dumbraju (LU Cietvielas Fizikas institūts), J. Cepīti, U.Strautiņu ir publicēts pārskata raksts „Analysis of equations arising in gyatron theory equations” starpt. rakstu krājumā “Nonlinear Analysis: modelling and control,” Viļņā, vol, 17, Nr2,139-152 ;
- 4) veidojot jauna tipa algoritmus ar doktorantu A.Gedroicu un maģistru S.Rogovu ir nolasīti referāti:
 - „Method of lines and finite difference schemes with exact spectrum for solution some problems of mathematical physics” 5. starp. konf. „On numerical analysis and applications”, Lozenetz (Bulgārija), 15. jūn. -20.jūn.2012.g.,
 - „Finite difference schemes with exact spectrum for solving some problems of diffusion equation” 17. starp. konf. MMA2012 Tallinā no 6.jūn. līdz 9. jūn. 2012.g, tiek formēta publikācija Viļņā MMA žurnālā;

- 5) Pieņemts publicēšanai raksts kopā ar doktorantu A.Gedroicu un maģistru S.Rogovu „On the mathematical modelling of the diffusion equation with piecewise constant coefficient in a multilayered domain” žurnālā Int. Journal of Pure and Applied Mathematics;
- 6) kopā ar maģistru M. Marinaki un doktorantu A.Gedroicu izveidotie algoritmi un skaitliskie aprēķini kvadrātisku cilindru virknes aptecēšanai homogēnā magnētiskajā laukā tika referēti 17. starp. konf. MMA2012 Tallinā „On simulation of viscous incompressible electrically conducting flow around periodically placed cylinders” no 6.jūn. līdz 9. jūn. 2012.g.; tiek veidota publikācija Viļņā MMA žurnālā; tika iesniegts raksts „Mathematical modelling of 2D MHD flow around infinite cylinder with square-section placed periodically” „MHD” žurnālā ;
- 7) regulāri vismaz reizi mēnesī piedalāties semināra „Tehnomatētikas aktuālās problēmas” darbā.

4.4.3. Sarežģītu siltuma apmaiņas procesu matemātiskā analīze, modelēšana un optimizācija

Pārskata periodā darbs tika fokusēts uz jautājumiem, kas saistīti ar „tīrās” starojuma transporta problēmas diskretizācijas algoritma L_p konverģences ātrumu un tā iespējamu uzlabošanu.

Veicot padziļinātu analīzi, tika noskaidrots, ka galvenais cēlonis līdzšinējā diskretizācijas algoritma lēnajai konverģencei ir starojuma transporta problēmas diskretizēšana gan pašā references apgabalā, gan arī uz tā robežas. Lai to novērstu un izveidotu diskretizācijas algoritmus ar „labākām” konverģences īpašībām, tad diskretizāciju būtu jāveic tikai uz references apgabala robežas. Bet to, kā izrādās, var paveikt, diskretizāciju veicot nevis sākotnējai starojuma transporta problēmai diferenciālā formā, kā līdz šim, bet gan tās integrālvienādojuma formai, kas būs definēta tikai uz references apgabala robežas.

Papildus tam, starptautiskajā konferencē „Mathematical Modelling and Analysis 2012” tika prezentēti iepriekš iegūtie rezultāti (skat. iepr. atskaites) par galīgo tilpumu metodes konverģenci pilnajai siltuma pārnesei problēmai ar siltuma vadīšanu, konvekciju un radiāciju apkārtējā telpā.

4.5. Pētījumu izvēršana matemātiskas lietojumiem nozīmīgos diferenču vienādojumos

Plazmas nestabilitātes kodolsintēzes reaktoros (tokamakos) ir saistītas ar plazmas nelineārām perturbācijām. Šo parādību pēc attiecīgiem matemātiskiem pārveidojumiem var modelēt ar trīs pirmās kārtas parasto diferenciālvienādojumu autonomai sistēmu, atkarīgu no trim pozitīviem parametriem δ , η , h

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (z-1)y - \delta \cdot x \\ \frac{dy}{dt} = x \\ \frac{dz}{dt} = \eta \cdot (h - z - y^2 z) \end{cases}$$

Pētīta dotās sistēmas fāzu portrets pie dažādām parametra vērtībām. Par doto tematiku referēts starptautiskā konferencē MMA 2012 Tallinā.[1] un tiek gatavots referāts Diferenciāl- un diferenču vienādojumu semināram Novocelā (Itālija) 2012.gada oktobrī.

Turpināti pētījumi hidrodinamikas automodeļu robežproblēmu kvalitatīvajā teorijā, gatavots pārskata ziņojumu Diferenciāl- un diferenču vienādojumu semināram Novocelā (Itālija) 2012.gada oktobrī.

Turpināti pētījumi par neautonomu diferenču vienādojumu kvalitatīvo ainu invariantas varietātes apkārtņē. Referēts ICDEA konferencē Barselonā [3].

Doktorande M. Avotiņa pētījusi speciāla tipa otrās kārtas racionālu diferenču vienādojumu. Referēts starptautiskās konferencēs MMA 2012 Tallinā [2] un ICDEA 2012 Barselonā [4]. Sagatavots un iesniegts raksts 13. starptautiskajai konferencei "Teaching Mathematics: Retrospectives and Perspectives" [5].

Kvanta dalībnieki (A.Reinfelds, J. Cepītis, M. Avotiņa), kā arī S.Blomkalna, M.Lencmane klausījās Ročesteras Tehnoloģiskā institūta (ASV) profesora Mihaela A.Rodina vieslekciju kursu „Periodic and Monotonic Character of Positive Solutions of a Family of Non-Autonomous Difference Equations” un piedalījās semināros „Introduction to Difference Equations” (vieslekcijas organizēja Latvijas matemātikas biedrība).

Publikācijas.

1. O.Dumbrajs and A. Reinfelds. *Qualitative investigation of dynamical system arising in plasma physics*. Abstracts of the 17th International conference “Mathematical Modelling and Analysis”, Tallinn, Estonia, June 6 – 9, p. 101.
2. M. Avotiņa and I. Bula. *Periodic orbits of single neuron models II*. Abstracts of the 17th International conference “Mathematical Modelling and Analysis”, Tallinn, Estonia, June 6 – 9, p. 101.
3. A. Reinfelds. *Decoupling and simplifying of difference equations in the neighbourhood of invariant manifold*. 18th International conference on Difference Equations and Applications, Barcelona, Spain, July 22 – 27, p. 54
4. M. Avotiņa. *Initial condition problems for second order rational difference equations*. 18th International conference on Difference Equations and Applications, Barcelona, Spain, July 22 – 27, p. 25
5. A. Aņisimova, M. Avotiņa and I. Bula. *Difference equations and discrete dynamical systems - two sides of one whole*" 13. starptautiskajai konferencei "Teaching Mathematics: Retrospectives and Perspectives". (iesniegts)

4.6. Daudzvērtīgu matemātisko struktūru un kriptogrāfisko metožu lietošana matemātiskajā modelēšanā

4.6.1. Daudzvērtīgas matemātiskas struktūras un to lietojumi procesu modelēšanā

Atskaites periodā pabeigts L-vērtīgu sintopogēnu struktūru teorijas izveides pirmais posms. Definēta L-vērtīgu sintopogēnu telpu kategorija un ir attīstīti L-vērtīgu sintopogēnu kategoriju teorijas pamati. Šīs kategorijas ietvaros ir aprakstītas un izpētītas L-nestriktu topoloģisku telpu, L-nestriktu proksimālu telpu un L-uniformu telpu kategorijas. Galvenie no iegūtiem rezultātiem noreferēti konferencē Dienvidkorējā (2012.g. 18.-21. jūnijs) un noformēti rakstā „L-fuzzy syntopogenous structures. Part I: fundamentals and application to L-fuzzy topologies, L-fuzzy proximities and L-fuzzy uniformities.” (30 lps). Raksts ir iesniegts ISI saraksta iekļautā žurnālā „Fuzzy Sets and Systems”.

Tika turpināti pētījumi L-nestriktu bornoloģisku telpu jomā. Definēta L-nestriktu bornoloģisku telpu kategorija. Iegūti jauni rezultāti gan abstraktā L-nestriktu bornoloģisku struktūru teorijā, gan sakarā ar L-nestriktām bornoloģiskām struktūrām, kurus inducē nestriktas metrikas. Tiek gatavots raksts kurā tiks atspoguļoti svarīgākie no šajā virzienā iegūtiem rezultātiem.

Ir iegūti jauni rezultāti par t.s. Namioka problēmu (raksturot punktu kopas, kuros parciāli nepārtraukta funkcija ir pilnīgi nepārtraukta). Galvenie no šajā jomā iegūtiem rezultātiem tika noreferēti starptautiskā konferencē Kasertā (Caserta), Itālijā (2012.g. 25.-30. jūnijs)

Attīstītas lēmumu pieņemšanas metodes funkciju aproksimācijas jautājumos gadījumā, kad par optimalitātes kritēriju tiek ņemta aproksimācijas precizitāte nestriktajā kopā. Rezultāti prezentēti 25. starptautiskajā konferencē EURO 2012, kas notika Viļņā 2012. gada jūlijā. Par aproksimācijas metožu modifikācijām sagatavots referāts 17. starptautiskajai konferencei MMA 2012.

4.6.2. Efektīvu plūsmas šifru un kriptogrāfiski noturīgu pseidogadījuma skaitļu ģeneratoru konstrukcija

VEIKTO DARBU APRAKSTS UN REZULTĀTI:

Š. g. 15. jūnijā Edmunds Cers (mūsu grupas pārstāvis) aizstāvēja disertāciju "Galīgi ģenerēti biideāli un mašīnu invarianto ω -valodu pusrežģis". Disertācijas pamatrezultāts: kā efektīvi noskaidrot vai divas bāzes

$$\begin{aligned} &u_1, u_2, \dots, u_n, \\ &v_1, v_2, \dots, v_m \end{aligned}$$

uzdod vienu un to pašu biideālu.

Apskatītajā laika periodā turpinājām strādāt pie sekojošām problēmām (atskaitē doti tikai jauniegūtie rezultāti). Visu šo pētījumu virzība - jaunu šifru meklējumi.

Mīlija mašīnu modelēšana

Tā kā Mīlija mašīna kalpo par šifrējošās mašīnas modeli, tad Mīlija mašīnu modelēšanas problemātika saistīta ar šifrējošo mašīnu kriptogrāfiskās noturības izpēti.

Jaunievestā s-morfisma koncepcija var kalpot par modelēšanas izpētes instrumentu.

Injektīvi mašīnu pusgrupu s-morfismi inducē modelēšanu. Parādīts, ka tomēr s-morfisms var arī nebūt pusgrupu homomorfisms. Kas attiecas uz sirjektīviem s-morfismiem, tad šē situācija ir citāda. Sirjektīvie s-morfismi ir pusgrupu homomorfismi, taču eksistē tādi sirjektīvi s-morfismi, kas neinducē mašīnu modelēšanu. Par iegūtajiem rezultātiem referēts starptautiskā konferencē WASET ([World Academy of Science, Engineering and Technology](http://www.waset.org/)) 11. – 12. jūlijā Stokholmā.

4.7. Pētījumi modernajā elementārajā matemātikā

Pārskata periodā tika plānoti pasākumi matemātisko spēju attīstīšanai skolēniem nākamajā mācību gadā, sākts darbs pie uzdevumu komplektu konkursiem un olimpiādēm izstrādes. (*D. Bonka, L. Ramāma*)

Viena no skolēnu pētniecisko darbu jomām ir dažādi kombinatoriskās ģeometrijas uzdevumi, t. sk., uzdevumi par polimino, to saderību, noteiktu konfigurāciju veidošanu. Projekta ietvaros tika pētītas dažas no šīm problēmām (problēmas par polimondiem, heksamino, problēmas par tetradiem, kas veidoti no politaniem, u.c.) un atrasti jauni risinājumi, un uzlaboti līdz šim pieejamie rezultāti, izstrādāti optimālāki algoritmi to risināšanai. (*J. Čerņenoks*)

Pārskata periodā ir publicētas tēzes referātiem un nolasīti referāti 7. starptautiskajā konferencē „Mathematical Creativity and Giftedness”, kas notika 2012. gada 15. – 18. jūlijā Busanā, Dienvidkorejā:

D. Bonka. Does Science help in Advanced Math Education? – In: Proceedings of The 7th MCG International Conferene/ International Group for Mathematical Creativity and Giftedness, Busan, 2012 – p. 97.

J. Čerņenoks, A. Cibulis. Polyominoes as a Rich Source for an Appropriate Research Topics for Gifted Students. – In: Proceedings of The 7th MCG International Conferene/ International Group for Mathematical Creativity and Giftedness, Busan, 2012 – p. 199.

D. Bonka piedalījās 12. starptautiskajā matemātikas izglītības kongresā ICME-12, Seulā, Dienvidkorejā, kur iesaistījās diskusijās par radošu matemātikas mācīšanu un apdāvinātu skolēnu izglītību.