

4. aktivitātes – „Tematiska pētnieciskā darbība” starp rezultātu apkopojums par paveikto periodā no 01.12.2011.-29.02.2012.

Pārskata periodā no 01.12.2011. līdz 29.02.2012. darbu projektā turpināja izveidotā jauno pētnieku grupa 46 darbinieku sastāvā. Grupā bija iesaistīti 29 matemātiķi un 19 fiziķi, no tiem bakalauranti 2, maģistranti 7, doktoranti 8 un jaunie doktori 10. Atbilstoši projekta aktivitāšu plānojumam tika turpināts darbs pie precizētu modeļu un efektīvu risināšanas metožu nodošanas fiziķiem un to pārbaudes. Jauno pētnieku grupas zinātnisko vadību nodrošināja pieredzējušie Fizikas un matemātikas fakultātes mācību spēki.

Tālāk atskaitē seko sasniegto rezultātu izklāsts atbilstoši pētnieciskajām aktivitātēm.

4.1. Atomāro un molekulāro procesu matemātiskā modelēšana

4.1.1. Atomu un molekulu koherenta mijiedarbība ar lāzera starojumu

Nozīmīgākais darbs šajā laika posmā ir zinātniskās publikācijas par magneto—optiskajām rezonansēm manuskripta labošana un papildināšana, balstoties uz recenzenta kritiku un ieteikumiem. Labotais manuskripts tika atkārtoti iesniegts publicēšanai žurnālā *Physical Review A* un 2012. gada 28. februārī tika pieņemts publicēšanai. Starp galvenajiem labojumiem jāmin:

- pilnībā pārstrādāta ievada un literatūras apskata daļa;
- veikts optiskā dziļuma un līdz ar to reabsorbcijas efektu novērtējums;
- sniegts skaidrojums novērotajai rezonanses zīmes maiņai, palielinoties ierosmes jaudai.

Parādība tika izskaidrota kā fluorescences pārdalīšanās starp dažādām polarizācijas komponentēm un līdz ar to ir saistāma ar novērošanas ģeometriju.

Tika iekārtots vienkāršs eksperiments slāpekļa vakanču dimanta kristālrežģī (NV centru) magneto-optisko īpašību demonstrēšanai. Ir domā gatavot arī studentiem paredzētu iekārtu, sadarbojoties ar P. Paulinu. Turklāt, tika pētītas detaļas, kas būtu vajadzīgas, lai iekārtotu īsto laboratoriju. Tika gatavotas specifikācijas par radiofrekvenču detaļām, kas ir gandrīz gatavi konkursam.

Decembrī tika veikti pirmie eksperimenti ar optiskajām dubultrezonansēm, kas ir atzīta metode magnētiskā lauka kalibrācijai. Dubultrezonanses tika novērotas ^{87}Rb Fg=2 --> Fe=2 un ^{85}Rb Fg=3 --> Fe=3 pārējās. Optiskās dubultrezonanses ir ļoti laba metode, lai mērītu magnētisku lauku. Tomēr, ir daži dubultrezonansu varianti un vēl citas metodes, kas varētu noderēt nano izmēru sūnai. Līdz ar to, turpināja plašas literatūras izpēti. Pagaidām, izmantojam Mz metode, kas ir vienkārša un stabila un ļauj mērīt salīdzinoši lielus laukus (daži Gaussi) bez īpašas elektronikas. Interesanti varētu būt arī tā sauktā Mx metode, kas varētu būt precīzāka un ātrāka, kaut arī pie zemes lauka, mums pašlaik tūkst lock-in pastiprinātais ar pietiekoši lielu joslas platumu. Tomēr, tā metode varētu būt interesanta pie maziem laukiem. Vēl pastāv gaismas frekvenču vai amplitūdas modulācijas metodes. Tika pētīts raksts Jimenez-Martinez et al. *IEEE Transactions on Instruments and Measurements* 59(2), 372 (2010) un tajā minētas atsauksmes, kā arī citi raksti.

Magnētiskā lauka kalibrācija ar optiskajām dubultrezonansēm kalpo kā instruments līmeņu krustošanās signālu reģistrēšanai pie no nulles atšķirīga magnētiskā lauka. Tika iegūti rezultāti krustošanās vietām ar $\square m = 2$, kā arī plānots eksperiments krustpunktiem $\square m = 2$. Zinātnisko pētījumu rezultāti ir iekļauti šādās konferenču tēzēs:

- L.Kalvans, M.Auzinsh, A.Berzinsh, R.Ferber, F.Gahbauer, A.Mozers, A. Spiss, Non-zero magnetic field level-crossing spectroscopy at D2 excitation of atomic Rubidium, V 'Rio de la Plata' Workshop on Laser Dynamics and Nonlinear Photonics, Kolonia del Sakramento, Urugvaja, 2011. gada decembris.
- M. Auzinsh, A. Berzinsh, R. Ferber, F. Gahbauer, L. Kalvans, A. Mozers, and A. Spiss Level-crossing spectroscopy of atomic rubidium at D2 excitation in presence of non-zero magnetic field, EGAS 44, Gēteborga, Zviedrija, 2012. gada jūlijs.

4.1.2. Divatomu molekulu Furjē transformācijas spektroskopija un struktūras noteikšana

Uzstādīta un notestēta jauna siltuma caurule, kas satur K un Rb metālus. Pirmo reizi tika veikti augstas izšķiršanas Furjē spektru mērījumi KRb molekulas A-b kompleksam un iegūti pirmie oriģinālie rezultāti par šī stāvokļa termu enerģijām. Iegūtie dati ir svarīgi KRb molekulas iegūšanai pie superzemām temperatūrām.

Tika turpināti eksperimenti, lai iegūtu augstas izšķiršanas spektrus RbCs molekulas $(4)^1\Sigma^+ - X^1\Sigma^+$ pārejā, kuru rezultāta izdevās būtiski paplašināt datu klāstu par RbCs molekulas $(4)^1\Sigma^+$ stāvokli augstiem svārstību līmeņiem ($v > 83$), kā par arī zemākiem līmeņiem ($v < 5$) un līdz ar to ievērojami precizēt potenciālās enerģijas līknes konstruēšanu. Izmantojot Čebiševa rindu metodi (sadarbībā ar V. Meškovu, Maskavas Valsts universitāte). Plānots turpināt datu apstrādi ar mērķi uzlabot potenciālās enerģijas līknes precizitāti.

Veikta raksta „B(1)¹Π state of KCs: High-resolution spectroscopy and description of low-lying energy levels” pārstrādāšana un atkārtota iesniegšana publicēšanai (pēc recenzenta piezīmju ņemšanas vērā). Raksts tika nopublicēts žurnālā *Journal of Chemical Physics*.

Veikts darbs pie RbCs B(1)¹Π stāvokļa potenciāla modelēšanas, kas balstās uz termu enerģiju datiem no Furjē spektriem svārstību līmeņiem $v = 0, 1$ un 2 . Kopumā uzņemti un apstrādāti 160 spektri RbCs B¹Π stāvoklim, kuros arī apstrādātas 98 rotācijas relaksācijas ainas. Visi dati attēloti kopējā datu laukā, kas parāda enerģijas atkarību no $J(J+1)-1$. No esošajiem datiem izrēķinātas q-faktora un rotācijas konstantes B_v vērtības svārstību līmeņiem $v=0, 1, 2$ un 3 un izdarīti secinājumi par apgabaliem, kuri iespējams ir brīvi no perturbācijām un izmantojami tālākos aprēķinos. Izdevās iegūt pirmos datus par potenciālas enerģijas līkni, kura tika konstruēta izmantojot skaitlisko punkveida potenciālu IPA metodi, sasniegtais rezultāts dod standarta novirzi (sn) 0.349 cm^{-1} . Pielietojot polinomiālo Danhema izvērējumu, izraudzītajam datu apgabalam par labāko uzskatām rezultātu, kurš apraksta visus datus ar 10 konstanšu palīdzību (sn 0.0461 cm^{-1}). Izveidoti 5 dažādi ievadfaili, kuri satur enerģijas vērtības no neperturbētajiem apgabaliem svārstību līmeņiem $v' = 0, v' = 1$ un $v' = 2$. Paralēli IPA aprēķinam veikts arī Danhema koeficientu aprēķins izraudzītajam datu apgabalam kopumā un arī katram svārstību līmenim atsevišķi; izdarīti secinājumi, ka svārstību līmenis $v' = 2$ ir stipri perturbēts, jo manāma visa šī līmeņa nobīde.

Turpināti darbi pie jaunā termoelektriski dzesējamā supraugstas izšķiršanas Furjē spektrometra ISF-125HR InGaAs detektora testēšanas un veikta eksperimentu sēriju KCs molekulas A-b kompleksa izpētei novērojot fluorescenci no $4^1\Sigma^+$ elektroniskā stāvokļa uz A-

b kompleksu. Eksperimentu mērķis bija iegūt termu vērtības pēc iespējas tuvāk elektronisko stāvokļu disociācijas enerģijai. Pēc eksperimentu sērijas realizēšanas veikta iegūto spektru apstrāde un iegūto datu apkopošana.

Tika gatavots raksts (sadarbībā ar Maskavas Valsts universitāti, Ķīmijas fakultārte, A. Stoļarova grupa) par $a, X - (4)^1\Sigma^+ - X^1\Sigma^+$ cikla modelēšanu augsto KCs molekulu iegūšanai.

4.1.3. Ridberga kvantu stāvokļu lāzeru manipulācija

Eksperimentālais darbs. Veikta kūļu iekārtas tehniskā uzturēšana, nodrošinot ar nātriju pildītās krāsniņas atrašanos pazemināta spiediena apstākļos ($\sim 10^{-1}$ mmHg).

Ar Molekulu optiskās polarizācijas laboratorijas speciālistu līdzdalību veikta lāzera Verdi V16 kontroles un vadības bloka kļūdu diagnostika. Veikta argona gāzes uzpildīšana argona jonu lāzera *Spectra Physics 171* gāzizlādes caurulē, panākot stabilu lāzera darbību izejas jaudu apgalā 2-5W. Veikta krāsniņu lāzera *Spectra Physics 375* tehniskā apkope. Veikta diožu lāzera *Toptica TA-SHG 110* infrasarkanā rezonatora bojājumu diagnostika un novēršana.

Teorētiskais darbs. Veikta sadarbība ar LU FMF lektoru V. Kaščejevu, turpinot gatavot zinātniskā raksta manuskriptu par tēmu „Ar lāzera lauku ietērpto stāvokļu supersīkstruktūra”. Veikta apzīmējumu un definīciju saskaņošana ar citiem literatūras avotiem [1,2,3]. Koriģētas un papildinātas iepriekš izveidotās datorprogrammas kvantu sistēmas un lāzera lauka mijiedarbības Hamiltona matricas aprēķināšanai.

Veikta apzīmējumu optimizācija. Veikta Hamiltoniāņa matricas analīze atomam mijiedarbībā ar lāzera starojumu, izpētot sagaidāmās deģenerācijas starp dažādiem ietērpto stāvokļu pāriem pie dažādām lāzera starojuma polarizācijām un dažādām pamata un ierosinātā stāvokļa leņķiskā momenta kvantu skaitļa vērtību kombinācijām, kā arī noskaidroti kritēriji tumšo stāvokļu savstarpējai deģenerācijai. Ietērpto stāvokļu matemātiskais apraksts vispārināts pielietošanai sistēmām ar patvaļīgi izvēlētiem pamata un ierosinātā stāvokļa elektrona pilnā leņķiskā momenta kvantu skaitļiem, gadījumos, kad uz sistēmu iedarbojas lineāri vai cirkulāri polarizēts lāzera starojums.

Analizējot supersīkstruktūras mijiedarbības Hamiltona matricu ietērpto stāvokļu bāzē, noteikta tās struktūra un pielietojamie tuvinājumi īpašvērtību aprēķināšanai. Ņemot vērā iegūtos rezultātus, noskaidrota sagaidāmā supersīkstruktūras mijiedarbības Hamiltoniāņa struktūra ietērpto stāvokļu bāzē perturbāciju teorijas pirmajā tuvinājumā.

Veikta prezentācijas gatavošana un uzstāšanās Latvijas Universitātes 70. konferencē ar mutisku referātu par tēmu „Autlera-Taunsa efekts atomu mijiedarbībā ar patvaļīgas polarizācijas lāzera starojumu”.

[1] Morris J. R. And Shore B. W., Phys. Rev. A 27, 906–912 (1983)

[2] Bezuglov N. N. Et al., Phys. Rev. A 78, 053804 (2008)

[3] Loudon R., Quantum Theory of Light, 3rd edition, Oxford University Press (2000)

4.2. Tehnoloģisko procesu matemātiskā modelēšana

4.2.1. Siltuma un vielas apmaiņas procesu elektromagnētiskā vadība stiklveida materiālu kausējumos, ievērojot procesu nelineāro mijiedarbību un starojuma siltuma apmaiņu

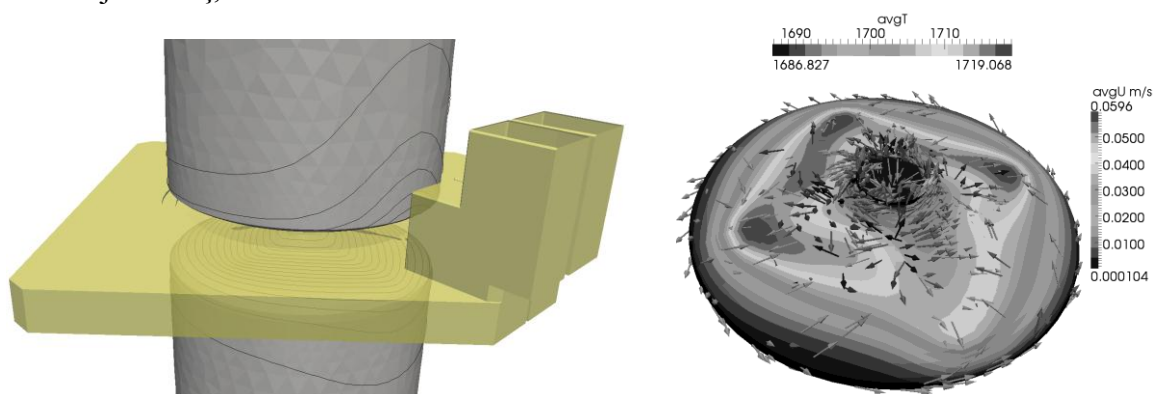
1. Izmantojot iepriekšējā periodā izveidoto datormodeli indukcijas kanālkrāsnij ar divu atšķirīgu formu izgulsnējumiem kanāla kakla daļā virs induktora un ar divparametru turbulences modeļiem iegūtos aprēķinu rezultātus kā sākuma tuvinājumu, uzsākta otrā aprēķinu etapa realizācija, modelējot nestacionāro turbulento plūsmu un siltuma apmaiņu ar lielo virpuļu modeli (LES). Provizoriskie aprēķini parādīja, ka precizētais modelis dod būtiski atšķirīgu temperatūras sadalījuma ainu kanālā, bet fizikālo rezultātu verificācijai turpmāk jāveic aprēķini ar lielāku telpas un laika izšķirtspēju diskrētajā modelī visās trīs atšķirīgajās ģeometrijas – bez izgulsnējumiem un ar divām atšķirīgām izgulsnējumu formām.
2. Izmantojot izveidoto datormodeli indukcijas kanālkrāsnij ar izmainītu (par 90° grādiem pagrieztu) magnētiskā ekrāna novietojumu attiecībā pret sākotnējo bāzes modeli veiktie ilgtermiņa turbulentās plūsmas aprēķini ar lielo virpuļu modelēšanas (LES) metodi parādīja, ka vēl nav sasniegts kvazistacionārs temperatūru svārstību režīms. Lai precizētu svārstību spektrālo sadalījumu (it sevišķi gara perioda svārstību diapazonā) šis modelis turpmākiem aprēķiniem ar ANSYS komerciālo modelēšanas programmatūru tika pārņemts/implementēts augstāzīgā Fizikas nodaļas datorklāsterī. Aprēķinu rezultāti izvērtēšanai gaidāmi nākamajā atskaites periodā.
3. Ar izveidoto datormodeli heterogēnam kompozītam ar mikroskopisku porozitāti un makroskopiskiem dobumiem, veikti siltuma caurlaidības aprēķini blokam ar būtiski atšķirīgu makroskopisko dobumu struktūru un aizpildījumu. Šo rezultātu salīdzinājums ar iepriekš veikto aprēķinu rezultātiem parādīja, ka variējot dobumu formu un aizpildījumu ir iespējams būtiski ietekmēt to efektīvo siltuma vadītspēju, bet īpašību atkarība no temperatūras interesējošajā temperatūru diapazonā ir maznozīmīga.
4. Izveidots matemātiskais modelis cietu daļiņu augšanas un dilšanas kinētikas kausējumā, kur attiecīgās vielas stāvoklis ir nedaudz pārsātināts, izpētei. Tika noteikti fizikālie mehānismi, kas nosaka šos procesus dažādos daļiņu raksturīgo izmēru diapazonos – atkarībā no daļiņu izmēra augšanas/šķīšanas procesos dominē atšķirīgi fizikālie mehānismi. Uzsākts darbs šī modeļa implementācijai daļiņu dinamikas aprēķinu modelī turbulentās kausējuma plūsmās indukcijas krāsnīs, izmantojot LES un Lagranža pieejas.
5. Nolasīti 3 referāti LU zinātniskajā konferencē Rīgā, publicēti 2 raksti žurnāla Magnetohydrodynamics, pieteikti 5 referāti dalībai konferencēs 2012.g. Itālijā, Ungārijā un Ķīnā.

4.2.2. Silīcija monokristālu izdusriālās audzēšanas matemātiskā modelēšana

Peldošās zonas (*floating zone*) metodei, ko izmanto silīcija monokristālu audzēšanā jaudas elektronikas vajadzībām ir raksturīga zināma līmeņa aksiālā simetrija, jo gan monokristāls, gan polikristāls procesa laikā tiek griezti ap savām simetrijas asīm, kas noved pie temperatūras lauka un fāzu robežu simetrizācijas minētajos objektos. Tāpēc temperatūras lauku tajos var aprakstīt labā tuvinājumā ar aksiāli simetriskiem matemātiskiem modeļiem.

Tomēr augstfrekvences elektromagnētiskā (EM) lauka sadalījums ir būtiski trīsdimensionāls, jo pielietotie augstfrekvences induktori ir ar vienu vijumu un nesimetriskiem ģeometriskiem elementiem (spraugas, izvirzījumi). Tāpēc ir nepieciešams EM lauku modelēt ar

tīrsdimensionālu modeli. Otrs būtisks nesimetrijas avots ir kausējuma forma, kas var būt bez aksiālas simetrijas nesimetriskā EM spiediena vai polikristāla un monokristāla savstarpējā novietojuma dēļ, skat. att. zemāk.

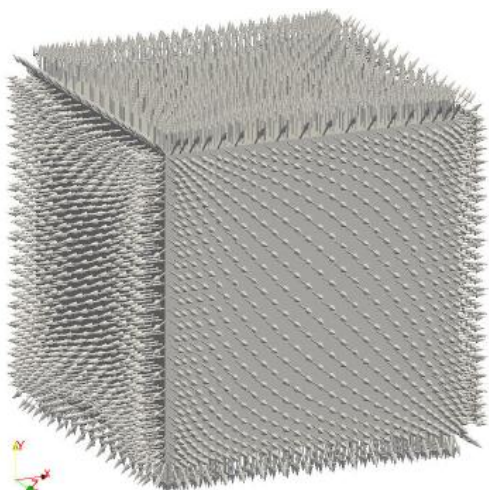


Att. Nesimetriska induktora inducēts nesimetrisks augstfrekvences strāvu sadalījums uz silīcija virsmas (pa kreisi) un nesimetrisks temperatūras lauks uz kausējuma virsmas (pa labi).

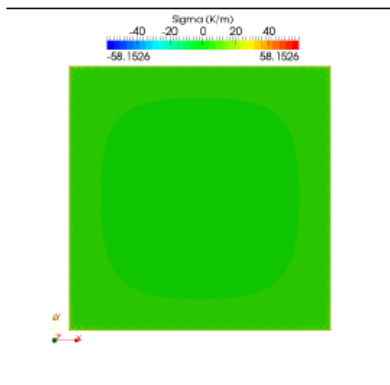
Tāpēc tika izstrādāts nesimetrisks kausējuma matemātiskais modelis, kas: 1) kura ārējā virsma tika aprakstīta ar nesimetrisku brīvās virsmas modeli; 2) uz kura virsmas tika risināts nesimetrisks augstfrekvences strāvu sadalījums; 3) kura iekšpusē tika risināts nesimetrisks temperatūras difūzijas uzdevums.

Šāda nesimetriska modeļa izveidei bija ērti pielietot robeželementu metodi (*boundary element method*) temperatūras lauka aprēķinam kausējuma iekšpusē. Tika izveidots atbilstošs programmu modulis, kas tika iebūvēts programmu sistēmā *FZone*.

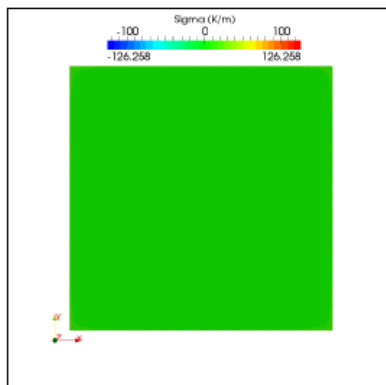
Lai pārbaudītu metodes precizitāti, tika veikti vairāki testa aprēķini. Daži piemēri tiek parādīti zemāk. Tiek aplūkots lineārs temperatūras sadalījums kubā, skat. att. zemāk.



Att. Rupjā režģā ($N=20$) normāles vektori.

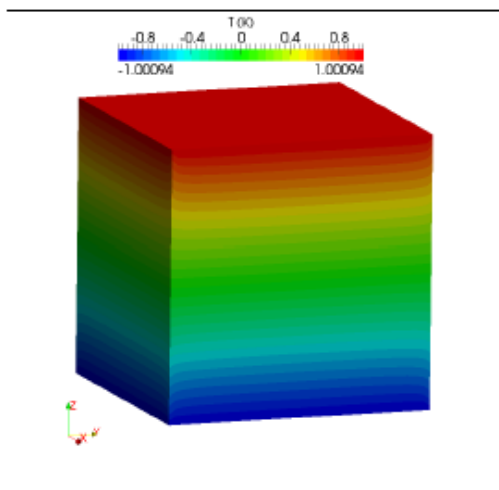


(a) $N = 20$

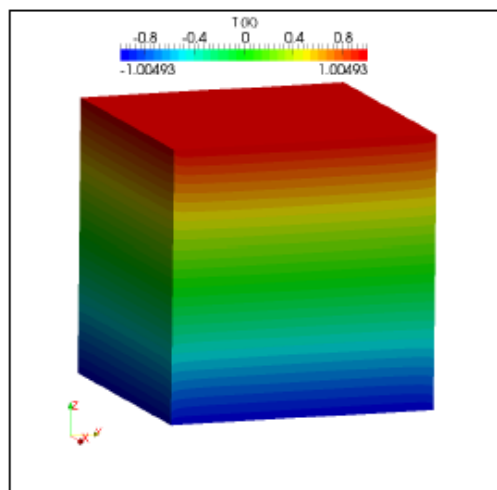


(b) $N = 30$

Att. Avotu sadalījums, skats no augšas.



(a) $N = 20$



(b) $N = 30$

Att. Temperatūras sadalījums.

Ar minēto tematiku ir saistīta sekojoša pārskata periodā tapusi publikācija:

1. A. Krauze, A. Muiznieks, K. Bergfelds, K. Janisels, G. Chikvaidze. Reduction of silicon crust on the crucible walls in silicon melt purifying processes with electron beam technology by low-frequency travelling magnetic fields. *Magnetohydrodynamics*, Vol. 47(4), 369-383 (2011).

Ir pieņemtas sekojošas referātu tēzes, kas ir saistītas ar minēto tematiku:

1. Kārlis Janisels, Andris Muiznieks, Armands Krauze, Andrejs Sabanskis, Kaspars Lācis. Further development of 3D modeling of FZ silicon single crystal growth system. DGKK Tagung 2012, 6.-9. of March, Freiberg, Germany.
2. Andrejs Sabanskis, Andris Muiznieks, Armands Krauze. Modeling of argon flow heat transfer influence in FZ silicon single crystal growth. DGKK Tagung 2012, 6.-9. of March, Freiberg, Germany.
3. Kristaps Bergfelds, Andris Muiznieks, Armands Krauze. Modeling of silicon melt purifying process with electron beam technology. DGKK Tagung 2012, 6.-9. of March, Freiberg, Germany.

4.2.3. Magnetoreoloģisko suspensiju īpašību matemātiskā modelēšana izmantojot kombinētu īpašību aprakstu mikro- un makromērogā

S.Lācis. Apgūta multipolu izvirzījuma izmantošana magnētiskā potenciāla aprakstīšanai. Realizētas potenciālu pārbīdes formulas 3D gadījumā. Notestēti un pilnveidoti iekšējas lietošanas materiāli par multipolu momentu pārbīdi: precizētas vispārīgās formulas. Izmantojot iegūtos algoritmus, tik veiktas aprēķinu sērijas un gatavota publikācija par magnetizējamu ložu modeļa pielietojumu magnetoreoloģisko suspensiju īpašību aprēķinos un par šādu aprēķinu etalonvērtībām (benchmark). Publikāciju plānots pabeigts līdz 2012.g. jūnijam.

Paralēli tiek gatavot otra publikācija par adatveida feromagnētisko daļiņu mijiedarbības aprakstu vispārīgā gadījumā. Arī to plānots pabeigt līdz 2012.g. jūnijam.

Plānots apgūto metodiku pielietot šķidruma plūsmas Stoksa tuvinājumā aprēķiniem. Veikta literatūras priekšizpēte. Te nozīmīga būtu ātrās multipolu metodes pielietošana, realizējot to kā ātro multipolu galīgo robeželementu metodi (fast multipole boundary element method).

Atbilstoši plānotajam, 3 mēnešu pārskata periodā notika nesējšķidruma modelēšanas algoritmu testēšana un pilnveidošana magnetoreoloģiskā šķidruma plūsmas mikromodeļa algoritmā. Kā rezultāts iegūta atziņa lietot galīgo elementu metodi modelējot suspensijas daļiņu plūsmu kompleksā šķidrumā, savukārt ātro multipolu galīgo robeželementu metode var tikt pielietota viskozo spriegumu aprēķinam kompleksajā šķidrumā.

4.2.4. Termoelektrisko strāvu un magnētiskā lauka mijiedarbības izraisītas šķidra metāla plūsmas izpēte adatveida režģa apkārtnē; akustiskās kavitācijas modelēšana

L.Goldšteins. Šajā darba posmā, tika izveidots elektomagnētiskā indukcijas sūkņa (EMIS) modelis stacionāru skaitlisko aprēķinu veikšanai ar ANSYS Fluent. Kā galvenās šīs metodes priekšrocības jāmin salīdzinoši mazais nepieciešamais aprēķinu laiks, ar dažām atrunām. Šī modeļa iegūšana izriet no atskaites sistēmas maiņas. Tā kā elektromagnētiskos spēkus nosaka lauka relatīvais ātrums pret vadošās vides ātrumu, tad loģiski ir pāriet uz tādu atskaites sistēmu, kurā viens no šiem ātrumiem ir 0. ANSYS Fluent gadījumā izdevīgi kustēties līdz ar lauku, tāpēc lauka ātrums šajā gadījumā ir 0.

Uzsākts darbs centrālās elektomagnētiskā sūkņa (CEMIS) tuvinātiem analītiskiem novērtējumiem. Elektromagnētiskā spēka sadalījums cilindriskā koordinātu sistēmā noteikts, apskatot vienkāršotu gadījumu un neņemot vērā efektus, kas jau uzdevumam piešķirtu krietni augstāku sarežģītības līmeni. Šie spēki nepieciešami Navjē-Stoksa vienādojumu sistēmas risināšanai, kas apraksta CEMIS hidrodinamiku. Šim nolūkam tiek veidots CEMIS modelis, izmantojot ANSYS paketē ietilpstošo programmu Fluent. Tā kā izmantojot šo programmu būs iespējams ļoti smalki apskatīt CEMIS darbību, tad tas ne tikai ļaus salīdzināt teorētisko novērtējumu, bet iespējams dos labāku izpratni par tā darbību un dos iespēju uzlabot matemātisko modeli.

L.Buligins. Izveidots smago metālu protonu mērķa hidrodinamikas modelis, kas ietver siltuma enerģijas izdalīšanos protonu mijiedarbības ar kodoliem rezultātā. Modelis realizēts licenzētas komercprogrammatūras vidē (ANSYS Fluent) ietverot C valodā izstrādātas apakšprogrammas siltuma enerģijas ievērošanai.

Veikta dažādā veidā orientētu plūsmu enerģijas pārnese raksturlielumu analīze. Skaitliskie aprēķini pārbaudīti salīdzinājumā ar analītiskajiem novērtējumiem vienkāršotās fizikālās situācijās. Kopumā apskatītas ap 20 dažādām mērķa ģeometrijām.

Piedāvāta alternatīva protonu mērķa konstrukcija ESS 2003.g. konstrukcijai, kas raksturojas ar daudz vienkāršāku plūsmas struktūru, mērķī nav nekādu iekšējo starpsienu, raksturīgā spiediena starpība pie 13 l/s apm. 1 atm ir trīs reizes mazāka nekā ESS 2003.g. mērķī. Plūsma pie sienas loga dzesēšanai netiek speciāli formēta, to veido kopējā plūsma, tāpēc kopumā temperatūra loga zonā ir augstāka nekā ESS mērķī, taču tajā netiek novērota stagnācijas zonu veidošanās.

4.3. Mīkstu materiālu matemātiskie modeli un to verifikācija

Atskaites periodā notika intensīvs darbs pie vairāku rakstu sagatavošanas.

1) Magnētiskā mikrokonvekcija. Pēdējā gada laikā tika veikti magnētiskas mikrokonvekcijas parādības eksperimentāli pētījumi, izmantojot PIV metodiku. Paralēli tam notika dotās parādības simulācijas skaitliskos eksperimentos. Atskaites periodā tika veikta iegūto rezultātu analīze un interpretācija. Tā rezultātā tika noskaidrots, ka būtisku lomu aplūkojamos eksperimentos spēlē arī gravitācija. Tās analīzei tika izveidota programma Comsol vidē, lai noskaidrotu gravitācijas izsaukto plūsmu raksturīgos parametrus. Šobrīd notiek raksta, kurā rezumēti iegūtie rezultāti, sagatavošana.

2) Kvanta ietvaros notiek pētījumi, kuros tiek noskaidroti ar magnētisko lauku darbināmu mikrozinēju konstrukcijas un to darbības īpatnības. Atskaites periodā tika apskatīts jauns mikrozinējs – dipols ar tam piesaistītu elastīgu asti, un noskaidrotas šāda tipa dzinēja raksturīgie parametri. Atrasta jauna parādība – disipatīvu spēka momentu loma cirkulāru kustības trajektoriju veidošanā rotējošos magnētiskos laukos. Šobrīd pabeigti visi nepieciešamie aprēķini un tiek gatavots raksts par šāda tipa mikrozinēja darbības īpatnībām.

3) Svarīgu lomu nākotnes medicīna spēlēs vadāmi zāļu nesēji. Pēdējā gada laikā Magnētisko Mīksto Materiālu (MMM) laboratorijā sintezēti jauna tipa zāļu nesēji – magnētiskas liposomas ar katjontipa lipīda bislāni. Atskaites periodā noteiktas šo liposomu īpašības, analizējot to deformāciju magnētiskā laukā un kustību nehomogenos magnētiskos laukos. Tā rezultātā noskaidrots ka esošā rezultātu interpretācija dod anomāli mazu šo vezikulu liekuma elastības moduli. Šobrīd notiek teorētisks darbs, lai noskaidrotu iespējas modeļa uzlabošanai un iegūto rezultātu interpretācijai. Paralēli tam notiek darbs pie publikācijas sagatavošanas par veiktajiem magnētisko vezikulu pētījumiem.

4) Tradicionāls MMM laboratorijas darba virziens saistīts ar bioloģiskas izcelsmes objektu pētījumiem. Atskaites periodā pētīta magnetotaktisku baktēriju migrācija un joslu veidošanās skābekļa koncentrācijas gradientā. Parādīta paaugstinātas baktēriju koncentrācijas joslas veidošanās noteiktā attāluma no kapilāra brīvā gala un izveidots modelis dotās parādības aprakstīšanai. Veicot iegūto rezultātu statistisko apstrādi noskaidroti raksturīgie parādības parametri – rotācijas motoru pārslēgšanās varbūtības izmaiņa atkarībā no skābekļa koncentrācijas un optimālais mikroaerofīlo baktēriju skābekļa koncentrācijas intervāls. Šobrīd tiek gatavota publikācija par doto parādību.

4.4. Matemātisko modeļu skaitliskai risināšanai nepieciešamo skaitlisko metožu attīstība un kvalitatīva izpēte

4.4.1. Klasisku matemātiskās fizikas metožu netradicionāla izmantošana matemātiskajā modelēšanā

R. Viļums pilnveidoja OpenFOAM 2.0 harmoniskās interpolācijas aprēķinu pirmkodu pēc OpenFOAM Extend 1.6-ext projekta jaunākā parauga, un to kompilēja. Izveidoja skaitliskā testa piemēru, veica tā aprēķinus un salīdzināja tā rezultātus starp harmoniskās un lineārās interpolācijas izmantošanu, kā arī ar rezultātiem no stacionārā analītiski iteratīvā matemātiskā modeļa, kas realizēts programmā Maple. Veicot izvedumus, pārliecinājās, ka modificētā harmoniskās interpolācijas pirmkoda izmantošana programmā OpenFOAM ortogonāla režģa un mainīga siltuma vadīšanas koeficienta gadījumā realizē siltuma plūsmas un temperatūras nepārtrauktību starp slāņiem Laplasa operatora diskretizācijā. Rakstīja aprakstu par harmoniskā vidējā izmantošanu un realizāciju.

Pilnveidoja saplākšņa matemātiskā modeļa realizāciju programmā OpenFOAM, meklēja informāciju par trūkstošajiem koeficientiem. Pēta publikācijas par saplākšņiem un koksni, to struktūru un fizikālajām īpatnībām. Meklēja publikācijas un noskaidroja koksnes siltumietilpības, blīvuma un siltuma vadāmības aprēķināšanas formulas, ko ievada iepriekš iesāktajā OpenFOAM risinātāja programmas pirmkodā. Pēta publikācijas, kurās salīdzināti četri dažādi matemātiskie modeļi siltuma un masas pārnesei koksnē: matemātisko modeli, kas piedāvāts Cepīša u.c. (2001), Buiķa u.c. (2008) un Didrihsnes (2010) publikācijās. Vienkāršoja vienādojumu sistēmas pierakstu, pilnveidoja OpenFOAM risinātāja programmas pirmkodu. Sagatavoja piemēru ar diviem slāņiem un dažādu sākotnējo mitruma saturu. Laplasa operatora diskretizācijā tiek izmantota lineārā un harmoniskā vadītspējas koeficienta aproksimācija. Aprēķina rezultātus salīdzina savā starpā. Viļums papildina saplākšņa modeļa OpenFOAM aprēķināšanas piemēru ar papildus diviem slāņiem, veic aprēķinus pie dažādiem nosacījumiem, salīdzina rezultātus.

T. Bobinska un M. Buiķe veica profesora H. H. Cho gupas Dienvidkorejā pētījumu analīzi un izstrādāja jaunus matemātiskos modeļus kopā ar profesoru A. Buiķi. Šīm sistēmās ar mikro un nano caurulītēm līdz šim nebija piemērotu matemātisko modeļu. Modeļi balstās uz profesora A. Buiķa izstrādāto tuvināto konservatīvās viduvēšanas metodi, ja to piemēro divslāņu sistēmām ar sienīņu no silīcija un C_4F_8 . Izmantojot konservatīvās viduvēšanas polinomu un eksponentes metodi, izdodas problēmas reducēt uz jauna veida vienkāršu sistēmu sienīņai ar ribu. Šie modeļi izmantojami ne tikai nano sistēmām, bet arī citām sistēmām ar izstieptām ribām. Tas ļauj apskatīt dubultās sistēmas ar izstieptām virsmām. Pasaulē katru gadu nomaina šādas sistēmas miljardiem dolāru vērtībā. Neesam redzējuši literatūru ar matemātiskiem modeļiem izstieptām divu slāņu sistēmām.

S. Blomkalna un M. Buiķe turpināja pētīt sfēriskā koordinātu sistēmā lodi un lodi lodē. Lode hiperboliskam siltuma vienādojumam apraksta intensīvo tērauda rūdīšanu, bet lode lodē apraksta lodi ar caurumu centrā, kurā ievadīts mērinstruments. Pilnā triju dimensiju problēma ar konservatīvās viduvēšanas metodi reducēta uz divu un vienas dimensijas problēmām, kā arī uz nulles dimensiju problēmu, tas ir, parasto diferenciālvienādojumu. Šai problēmai viegli atrisināt gan tiešo, gan inverso problēmu. Hiperboliskā tipa parciālajam

diferenciālvienādojumam formulētas gan tiešās, gan arī reversās, tas ir, inversās problēmas. Risinot reversās problēmas, tiek iegūti skaitliskie rezultāti siltuma plūsmai laikā sākuma momentā. Šajos mēnešos ir iznākusi publikācija NAUN žurnālā par šiem pētījumiem.

INTERNATIONAL JOURNAL OF MATHEMATICAL MODELS AND METHODS IN APPLIED SCIENCES. Issue1, vol.6, 2012.

Marija Lenčmane, Andris Buikis. Analytical solution for steady state and transient heat processes in a double-fin assembly. P. 81-89.

Sanda Blomkalna, Margarita Buike, Andris Buikis. Multi-dimensional Mathematical Models of Intensive Steel Quenching for Sphere. Exact and Approximate Solutions. P.98-105.

4.4.2. Efektīvāku skaitlisko metožu izstrāde diferenciālvienādojumu problēmām ar atšķirīgu kārtu koeficientiem pie atvasinājumiem

Dotā periodā tika veikti sekojoši pasākumi:

1) kopā ar doktorantu A.Gedroicu tika koriģēta zinātniskā raksta „Higher order finite difference schemes for periodical boundary conditions” par jaunu algoritmu izstrādi diferenciālvienādojumiem ar periodiskajiem robežnosacījumiem iesniegšana (pēc 1.korektūras) starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” (Viļņā, Taylor&Francis izdevniecība);

2) sadarbojoties ar fiziķiem, kopā ar prof. A.Cēberu ir

- publicēts raksts „Intrinsic curve dynamics of magnetic filaments ” MHD žurnālā (Magnetohydrodynamics , vol. 47 (2011),Nr. 3, pp. 223-235) par feromagnētiska liekta stieņa dinamiku ,

- pieņemts publicēšanai starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” (Viļņā, Taylor&Francis izdevniecība) abu autoru raksts” Mathematical modelling of an elongated magnetic droplet in a rotating magnetic field”, par izstiepta magnētiskā piliena dinamiku,

- veikti kustības un histerēzes aprēķini feromagnētiskam pilienam , veidojot sadarbību ar lietuviešu matemātiķiem (prof. Raimondas Čegis u.c.);

3) kopā ar A. Reinfeldu, O.Dumbraju (LU Cietvielas Fizikas institūts), J. Cepīti, D. Constantinescu (Krajoavas universitāte, Rumānija) pieņemts publicēšanai raksts „Numerical eksperiments with single mode gyatron equations ” starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” par žiratrona vienādojuma skaitlisko modelēšanu;

4) kopā ar A. Reinfeldu, O.Dumbraju (LU Cietvielas Fizikas institūts), J. Cepīti, U.Strautiņu pieņemts publicēšanai pārskata raksts „Analysis of equations arising in gyatron theory equations ” starpt. rakstu krājumā “ Mathematical modelling and analysis” par žiratrona matemātisko modelēšanu;

5) veidojot jauna tipa algoritmus ar doktorantu A.Gedroicu un maģistru S.Rogovu ir sagatavotas ref. tēzes „Method of lines and finite difference schemes with exact spectrum for solution some problems of mathematical physics” starp. konf. „5. int. conf. on numerical analysis and applications , Lozenetz (Bulgārija),15. jūn. -20.jūn.2012.g ;

6) kopā ar maģistru M. Marinaki tiek veidoti algoritmi cilindru virknes aptecēšanai homogēnā magnētiskajā laukā, kuri balstās uz galīgo diferenču un galīgo elementu metodēm (metožu aprobācijai paredzēts lietot datorprogrammu COMSOL),

7) noformētas 2 tēzes 9. Latvijas matemātiķu konferencei Jelgavā 30.-31.maijā 2012. g. (autori H.Kalis, A.Gedroics, M.Marinaki, S. Rogovs),

8) 9. febr. 2012.g. LU 70. konferencē matemātiskās modelēšanas, skaitliskās analīzes, diferenciālvienādojumu un diferenču vienādojumu sekcijā tika nolasīti referāti par projektā pētāmām tēmām :

- A. Gedroics, H.Kalis „Precīzā spektra diferenču shēmas matemātiskās fizikas problēmās ar periodiskajiem robežnosacījumiem”,
- S.Rogovs ”Diferenču shēmas ar precīzo spektru parciālajiem diferenciālvienādojumiem ar pirmā veida robežnosacījumiem”,
- M.Marinaki ”Bāzes funkciju izvēle galīgo elementu metodē”;

9) regulāri vismaz reizi mēnesī piedalāties semināra „Tehnomatemātikas aktuālās problēmas” darbā.

4.4.3. Sarežģītu siltuma apmaiņas procesu matemātiskā analīze, modelēšana un optimizācija

Pārskata periodā pētījumi veltīti diskretizētā vienādojuma atrisināmībai siltuma pārneses problēmai sistēmā ar siltuma vadīšanu, konvekciju un radiāciju. Attiecīgā nepārtrauktā matemātiskā modeļa (eliptisks vienādojums ar nelokāliem nelineāriem robežnosacījumiem) atrisināmība un teorētiska tuvinātas risināšanas algoritma jautājumi tika pietiekoši izpētīti iepriekšējos periodos.

Izejot no tā, ka nepārtrauktā modeļa izpētē svarīga loma bija sign-tipa proves funkcijām, tika meklēta tāda diskretizācijas metode, kurā pielietojamas līdzīgas idejas. Par tādu tika izvēlēta galīgo tilpumu metode, sk.[1], kurā strādā ar gabaliem konstantām funkcijām (atrisinājuma aproksimācija telpās L_p nevis Soboļeva telpās) .

Ar galīgo tilpumu metodi iegūtajam diskrētajam uzdevumam (pie vienkāršiem taisnstūra paralēlskaldņa tipa galīgajiem tilpumiem un saglabājot nelokālā robežoperatora pamatīpašības) parādīts:

- 1) atbilstošo linearizēto vienādojumu viennozīmīga atrisināmība;
- 2) problēmai atbilstošā diskrētā vienādojuma viennozīmīga atrisināmība;
- 3) vienmērīgu (attiecībā pret galīgo tilpumu režģa izvēli) novērtējumu eksistence L_1 -tipa telpās uz references apgabala robežas.

Iesākts darbs pie starojuma transporta problēmas (tā nosaka lineāro nelokālo operatoru uz references apgabala robežas) dažādu matemātisko formulējumu ekvivalences---ar potenciāla tipa integrāloperatoriem vai ar V.Agoškova izstrādāto robežproblēmu pirmās kārtas diferenciālvienādojumam 5D telpā. Pētījumu mērķis ir izstrādāt starojuma transporta problēmas diskretizāciju, kura saglabā attiecīgā nolokālā operatora pamatīpašības: normas novērtējumus L_p tipa telpās uz apgabala robežas un operatora pozitivitāti (operators saglabā nenegatīvo funkciju konusu).

Literatūra.

[1] E.Eymard, T.Gallouet and R.Herbin, *Finite Volume Methods*, University of Wroclaw, 2008.

4.5. Pētījumu izvērsana matemātikas lietojumiem nozīmīgos diferencu vienādojumos

A.Reinfelds aplūkojis Banaha telpā $X \times E$ diferencu vienādojumu sistēmu

$$x(t+1) = g(x(t)) + G(x(t), p(t)),$$

$$p(t+1) = A(x(t))p(t) + \Phi(x(t), p(t)).$$

Šādas sistēmas rodas invariantās varietātes apkārtnē. Atzīmējam, ka divas diferencu vienādojumu sistēmas ir ekvivalentas ja eksistē tāds homeomorfisms (savstarpēji nepārtraukts un bijektīvs attēlojums), kas vienu sistēmu attēlo par otru diferencu sistēmu un otrādi. Dotā pieeja ļauj sarežģītas diferencu vienādojumu sistēmas kvalitatīvo izpēti aizvietot ar vienkāršākas diferencu vienādojumu sistēmas, bieži ar mazāku dimensiju, izpēti. Dažādi reālās prakses problēmas noved gan pie apgriežamiem, gan pie neapgriežamiem diferencu vienādojumu sistēmām, pie kam pēdējās no matemātiskā viedokļa ir sarežģītākas un reizē arī interesantākas. Tika pētīta vienkāršākā neapgriežama diferencu vienādojumu sistēma, t.i. tāda, kurai atbilstošā invariantā varietāte ir triviāla. Pierādījumā tika izmantotas nekustīgā punkta eksistences teorēmas attiecīgi izvēlēta funkcionālā telpā. Tālāk balstoties uz šo rezultātu tika atrasti pietiekamie (tuvu nepieciešamajiem), lai dotā diferencu vienādojumu sistēmu būtu ekvivalenta vienkāršotai sistēmai.

$$x(t+1) = g(x(t)) + G(x(t), u(x(t))),$$

$$p(t+1) = A(x(t))p(t).$$

Vispirms atzīmējam, ka iegūtas diferencu sistēmas pirmā apakšsistēma nesatur mainīgo p , kamēr otrā apakšsistēma ir lineāra pret p . Pierādījums ir pietiekoši gars un balstās uz veselu teorēmu sēriju. Veiksmīgi izvēloties vajadzīgos funkcionālos vienādojumus, bieži ievēdot papildu mainīgos, kā arī atrodot piemērotas funkcionālās telpas tika pierādīta atbilstošā homeomorfisma eksistence. Iegūtais rezultāts būtiski vispārina pasaules matemātiskā literatūrā agrāk iegūtos rezultātus. Iegūtie rezultāti ir apkopoti publikācijā „*Conjugacy of discrete semidynamical systems in the neighbourhood of invariant manifold*”, kura pieņemta publicēšanai „Springer Proceedings in Mathematics”.

Pētnieku grupai uzkrāta pieredze nelineāru Šrēdingera tipa vienādojumu sistēmu kvalitatīvā un skaitliskā risināšanā modelējot elektronu kustību žirotronā, kas nepieciešama pētījumos par kontrolētu termo nukleāro reakciju jauna tipa atomreaktoros. Iesniegti un pieņemti publicēšanai 2 raksti SCI tipa žurnālos.

1. A.Reinfelds, O.Dumbrajs, H.Kalis, J.Cepītis, D.Constantinescu. *Numerical experiments with single mode gyrotron equation*. Mathematical Modelling and Analysis.
2. J.Cepītis, O.Dumbrajs, H.Kalis, A.Reinfelds, U.Strautins. *Analysis of equations arising in gyrotron theory*. Nonlinear Analysis: Modelling and Control.

4.6. Daudzvērtīgu matemātisko struktūru un kriptogrāfisko metožu lietošana matemātiskajā modelēšanā

4.6.1. Daudzvērtīgas matemātiskas struktūras un to lietojumi procesu modelēšanā

Tiek pabeigti pētījumi M-aproksimatīvu sistēmu jomā. Pēc saņemtas recenzenta atsauksmes ir sagatavota raksta "Towards the theory of M-approximate systems: the case of the variable range" (autors A.Šostaks,) galīgais variants, kurš ir iesniegts Cambridge Scientific Publ.

redakcijai lai publicētu konferences ICTA-2011 materiālos (tiks publicēts 2012.g.). Ir iesākti pētījumi aproksimatīvās sistēmās ar speciālām īpašībām: pusnepartrauktās, stratificētās, u.c. Par šiem rezultātiem tika nolasīts plenārais referāts konferencē „33rd Linz Seminar on Fuzzy Sets,” (Linz, Austria, 13.-18. februāris, 2012.g.). Referāta kopsavilkums pielikumā.

Turpināti pētījumi par bornoloģiskām struktūrām, kuru inducē nestrikas metrikas. Ir izpētītas ar nestriktām metrikām inducētu L-vērtīgu bornoloģisku telpu kategorijas būtiskas īpašības. Tiek pētīta konstrukcija, kas ļauj konstruēt L-vērtīgas bornoloģijas no „klasisku” bornoloģiju saimes. Par šajā virzienā iegūtiem rezultātiem tika nolasīts referāts (I.Uļjane, A.Šostaks) starptautiskā konferencē „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākija, 2012.g. 29.janvaris – 3. februārī. Referāta kopsavilkums (abstract) pielikumā.

Ir iesākti pētījumi L-vērtīgu sintopogenu struktūru jomā. Par pirmajiem šajā jomā iegūtiem rezultātiem tika ziņots referātā „On fuzzy syntopogeneous structures” (A. Šostaks, D. Čimoka) starptautiskā konferencē „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākija, 2012.g. 29.janvaris – 3. februārī. Referāta kopsavilkums (abstract) pielikumā.

Ir iesākti pētījumi par nestriktām transformācijām, kuri tiek konstruēti uz splainu bāzes. Ir atrastas tiešās un inversās modificētu F-transformāciju formulas, kuras ir ilustrētas un apobētas ar testa piemēriem. Abos gadījumos F-transformācijām ir iegūti aproksimācijas kļūdas novērtējumi. Par šajā jomā iegūtiem rezultātiem tiek ziņots referātā „On spline based fuzzy transforms” (S. Asmuss, I. Vavilčenkova) starptautiskā konferencē „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākija, 2012.g. 29.janvaris–3. februārī. Referāta kopsavilkums (abstract) pielikumā.

Tika tālāk attīstīta katalog topoloģijas teorija. Galvenā uzmanība tika pievērsta katalog topoloģijas pielietojumiem dažādās matemātikas nozarēs. Tika apskatīta gan jau agrāk pētītā saikne ar saistības sistēmām (attachment systems) gan arī jauna saikne ar formālo konceptu analīzi. Šajā sakarā ir sagatavoti divi zinātniskie raksti: S. Solovjovs, „*Topological systems versus attachment relation*”, kurš ir iesniegts starptautiski recenzējamā zinātniskajā žurnālā „*Quaestiones Mathematicae*” un „*On lattice-valued Formal Concept Analysis*”, kurš ir iesniegts starptautiski recenzējamā zinātniskajā žurnālā „*Fuzzy Sets and Systems*”. Iepriekšēja perioda šajā jomā iegūtie rezultāti ir nopublicēti rakstā S. Solovyov, *Categorical foundations of variety-based topology and topological systems*, Fuzzy Sets Syst. 192 (2012), 176-200. Sadarbībā ar Jorkas Universitātes (Toronto, Kanada) profesoru V. Tolenu tika uzsākts darbs pie saikņu pētījumiem starp katalog topoloģiju un laksa algebrām.

Tika turpināti funkciju aproksimācijas kļūdas pētījumi nestriktās kopās. Izmantojot nestrikti vērtīgu integrāli pa nestriktu kopu ir aprakstīta metode kļūdas novērtējumam speciālām funkciju klasēm. Metode ir apobēta analizējot nestriktajā kopā aproksimācijas ar polinomiem un splainiem funkcijām ar ierobežotu atvasinājumu. . Par šajā jomā iegūtiem rezultātiem tiek ziņots referātā „On estimation of approximation error on fuzzy sets by means of fuzzy valued integral” (S. Asmuss, V. Ruža) starptautiskā konferencē „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākija, 2012.g. 29.janvaris–3.februārī. Referāta kopsavilkums (abstract) pielikumā.

Ir veikti matriču spēļu analīzes metodes gadījumā, kad norēķinu matricu veido nestrikti koeficienti. Spēles cenas noteikšanai ir atrasta vairāku mērķu lineārās programmēšanas problēma un aprakstīta tās risināšanas metode. Par šajā jomā iegūtiem rezultātiem tiek ziņots

referātā „On multi-bijective linear programming approach for solving fuzzy matrix games” (D. Dance) starptautiskā konferencē „Fuzzy Sets: Theory and Application”, Liptovski Jan, Slovākija, 2012.g. 29.janvaris – 3. februārī. Referāta kopsavilkums (abstract) pielikumā.

4.6.2. Efektīvu plūsmas šifru un kriptogrāfiski noturīgu pseidogadījuma skaitļu ģeneratoru konstrukcija

Filtrācijas problēma. Apskatītajā laika posmā turpinājām strādāt pie neperiodiskām filtrācijām. Neperiodiskas filtrācijas iegūstamas no neperiodiskiem vārdiem. Uzsākti aritmētiskās sarežģītības pētījumi neperiodiskiem biideāliem. Analizēti gadījumi, kad jebkura aritmētiskā apakšvirkne ir neperiodiska. Darbs galvenokārt koncentrēts galīgo biideālu aritmētisko apakšvirkņu neperiodiskuma nosacījumu izpētei.

Morfiski vārdi. Turpinājām pētījumus par morfisko vārdu sakārtojumiem. Pētījumu virzība – pierādīt, ka bezgalīgo vārdu sakārtojums par pamatu ņemot morfismu neveido pusrežģi. Izdalīti specifiski bezgalīgie vārdi, kas varētu dod pieeju šī jautājuma risinājumam.

Mīlija mašīnu veidotais pusrežģis. Tā kā Mīlija mašīnu veidotais pusrežģis nav nedz distributīvs, nedz modulārs, tad šai virzienā tiek meklētas jaunas pieejas. Šobrīd analizētas iespējas meklēt netriviālus distributīvus, klasiskos un modulāros elementus [L1].

Mērs bezgalīgo vārdu kopā. Ņemot vērā, ka vārdu, kuri satur visus iespējamus galīgos dalītājus, mērs ir 1, parādīts, ka gan ierobežoto biideālu mērs, gan viemērīgi rekurento vārdu mērs ir 0. Kas attiecas uz vispārīgo gadījumu, proti, vai biideālu kopas mērs ir atšķirīgs no 0, tad tieša atbilde šobrīd nav zināma. Tiek meklēta pieeja šī jautājuma risinājumam.

Literatūras saraksts:

[L1] J. V. Rao, E. S. R. R. Kumar. [Modular and Classic Ideals in Directed below Join Semilattice](#). *International Journal of Algebra.. Sci.*, Vol 4, no.18, 895 - 901, 2010,.

4.7. Pētījumi modernajā elementārajā matemātikā

Apakšaktivitātes darba grupas galvenais darbs tiek vērsts uz skolēnu pētniecisko prasmju un iemaņu attīstīšanu, kā arī jauniešu intereses veicināšanu par eksaktajām zinātnēm. Šī mērķa sasniegšanai tiek rīkotas un attīstītas dažādas aktivitātes, kuru organizēšanā un vadīšanā ir iesaistīti projekta darba grupas dalībnieki.

1) Pārskata periodā atjaunota Mazās matemātikas universitāte (MMU) vidusskolēniem, noorganizētas 3 nodarbības par dažādām matemātikas tēmām un to lietojumu dzīvē. (D. Bonka, J. Baradaks).

2) Turpināts rīkot neklātienēs konkursus pamatskolēniem „Tik vai Cik” (TVC), „Jauno matemātiķu konkurss” (JMK) un „Profesora Cipariņa klubs” (PCK). Pārskata periodā tika noorganizēta konkurss JMK un PCK 3. un 4. kārtā, konkursa TVC 3. kārtā, sagatavoti uzdevumu komplekti JMK 5. kārtai. (D. Bonka)

3) Turpinās darbs pie matemātikas olimpiāžu rīkošanas un popularizēšanas. Pārskata periodā tika sastādīti jauni uzdevumi un sistematizēti esošie. Analizēti novadu olimpiādes rezultāti. (D. Bonka, L. Ramāna)

4) Latvija saņēmusi uzaicinājumu piedalīties 1. Eiropas meiteņu matemātikas olimpiādē (EGMO). Pārskata periodā tika apzinātas potenciālās kandidate un sarīkotas atlases

sacensības dalībnieču noteikšanai. EGMO notiks Lielbritānijā, Kembridžā, 2012. gada 10. – 16. aprīlī. D. Bonka pavadīs komandu kā komandas vadītāja vietiece. (*D. Bonka*)

Lai varētu veikt kvantitatīvus pētījumus par darba grupas realizēto pasākumu ietekmi uz skolēnu sasniegumiem ilgtermiņā, tika turpināts darbs pie LU A. Liepas Neklātienes matemātikas skolas skolēnu matemātisko sasniegumu datubāzes izstrādes un pilnveidošanas. (*J. Baradaks*)

Viena no skolēnu pētniecisko darbu jomām ir dažādi kombinatoriskās ģeometrijas uzdevumi, t. sk., uzdevumi par polimino, to saderību, noteiktu konfigurāciju veidošanu. Projekta ietvaros tika pētītas dažas no šīm problēmām (augstāko pentamino dvīņu problēma, V-pentakubu pakošanas problēma, n -mino saderība ar domino u.c.) un atrasti jauni risinājumi, izstrādāti optimālāki algoritmi to risināšanai. (*J. Čerņenoks*)

Pārskata periodā notika LU 70. konference, kurā viena no sekcijām „Modernā elementārā matemātika un matemātikas didaktika”. Tajā ar referātu „Datorpierādījumi dažu kombinatoriskās ģeometrijas problēmu risināšanā” uzstājās J. Čerņenoks.

Pārskata periodā ir sagatvotas, iesniegtas un pieņemtas tēzes referātiem 7. straptautiskajā konferencē MCG, kas notiks 2012. gada 15. – 18. jūlijā, Korejā:

- 1) D. Bonka. *Does Science Help in Advanced Math Education?*
- 2) J. Čerņenoks. *Polyominoes as a Rich Source for an Appropriate Research Topics for Gifted Students.*